< ΜΕΡΟΣ Β >

< ΒΙΒΛΙΟΝ ΤΑ ΤΗΣ ΕΝ ΑΡΙΘΜΟΙΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΝ ... >

< Εἰσαγωγή >

α. ἐπεὶ δὲ καὶ συμφώνους τινάς φασιν ἀριθμούς, καὶ ὁ περὶ συμφωνίας λόγος οὐκ ἂν εὑρεθείη ἄνευ ἀριθμητικῆς · ἥτις συμφωνία τὴν μεγίστην ἔχει ἰσχύν, ἐν λόγῳ μὲν οὖσα ἀλήθεια, ἐν βίῳ δὲ εὐδαιμονία, ἐν δὲ τῇ φύσει ἁρμονία. καὶ αὐτὴ δὲ ἡ ἁρμονία ἥτις ἐστὶν ἐν κόσμῳ οὐκ ἂν εὑρεθείη μὴ ἐν ἀριθμοῖς πρότερον ἐξευρεθεῖσα · ἥτις ἐστὶ καὶ νοητή, ἡ δὲ νοητὴ ῥᾷον ἀπὸ τῆς αἰσθητῆς κατανοεῖται. νῦν μὲν οὖν περὶ τῶν δυεῖν ἁρμονιῶν λεκτέον, τῆς τ' αἰσθητῆς ἐν ὀργάνοις καὶ τῆς νοητῆς ἐν ἀριθμοῖς.

μετὰ δὲ τὸν περὶ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγον τελευταῖον ἐπάξομεν καὶ τὸν περὶ τῆς ἐν κόσμῳ ἁρμονίας λόγον, οὐκ ὀκνοῦντες τὰ ὑπὸ τῶν πρὸ ἡμῶν ἐξευρημένα καὶ αὐτοὶ ἀναγράφειν, ὥσπερ καὶ τὰ πρόσθεν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν παραδοθέντα ἐπὶ τὸ γνωριμώτερον ἐξενεγκόντες παραδεδώκαμεν, οὐδὲν αὐτοὶ τούτων ἐξευρηκέναι φάσκοντες. παραδεικνύντες δέ τινα τῶν ὑπὸ τῶν

SECONDE PARTIE

LIVRE CONTENANT LES LOIS NUMÉRIQUES DE LA MUSIQUE, ...

INTRODUCTION

I. Puisqu'on dit qu'il y a des nombres consonants, on ne saurait trouver en dehors de l'arithmétique la raison de la consonance, qui a les plus grandes vertus, étant dans l'âme raisonnable la vérité, dans la vie la félicité, dans la nature l'harmonie ; et l'harmonie elle-même qui est répandue dans le monde ne s'offrant à ceux qui la cherchent que lorsqu'elle leur est révélée par des nombres. Cette harmonie qui est intelligible se comprend plus facilement quand elle est précédée par l'harmonie sensible. Nous traiterons donc de ces deux harmonies, savoir de celle qui se fait sentir par les instruments, et de l'harmonie intelligible qui consiste dans les nombres.

Et après avoir terminé notre traité sur toutes les mathématiques, nous y ajouterons une dissertation sur l'harmonie du monde, et il ne nous déplaira pas de rapporter ce que nos devanciers ont découvert, non plus que de faire connaître davantage les traditions des Pythagoriciens que nous avons rapportées, sans nous vanter d'en avoir découvert la moindre partie. Désirant donc faire part à ceux qui veulent étudier πρὸ ἡμῶν παραδοθέντων τῷ μέλλοντι συνήσειν τὰ Πλάτωνος ἀναγκαίαν καὶ τούτων συναγωγὴν ἐποιησάμεθα.

Τί ἐστι φθόγγος καὶ τί φωνὴ ἐναρμονίος

β. Θράσυλλος τοίνυν περὶ τῆς ἐν ὀργάνῳ αἰσθητῆς λέγων ἁρμονίας φθόγγον φησὶν εἶναι φωνῆς ἐναρμονίου τάσιν. ἐναρμόνιος δὲ λέγεται, ἐπὰν δύνηται καὶ τοῦ ὀξέος ὀξύτερος εὑρεθῆναι καὶ τοῦ βαρέος βαρύτερος · καὶ ὁ αὐτὸς οὗτος καὶ μέσος ἐστίν. ὡς εἴγε τινὰ τοιαύτην φωνὴν νοήσαιμεν ἥτις ὑπεραίρει πᾶσαν ὀξύτητα, οὐκ ἂν εἴη ἐναρμόνιος · οὐδὲ γὰρ τὸν τῆς ὑπερμεγέθους βροντῆς ψόφον ἐναρμόνιον ἐροῦμεν, ὅς γε καὶ ὀλέθριος δια τὴν ὑπερβολὴν πολλάκις γίνεται, ὥς τις ἔφη ·

« πολλοὺς δὲ βροντῆς τραῦμ᾽ ἄναιμον ὤλεσε »

καὶ μὴν εἴ τις οὕτως βαρὺς εἴη φθόγγος, ὡς μὴ ἔχειν αὐτοῦ βαρύτερον, οὐκ ἂν οὐδὲ φθόγγος εἴη τὸ ἐναρμόνιον οὐκ ἔχων. διὰ τοῦτ᾽ οὖν φθόγγος εἶναι λέγεται οὐ πᾶσα φωνὴ οὐδὲ πάσης φωνῆς τάσις, ἀλλ᾽ ἡ ἐναρμόνιος, οἷον μέσης, νεάτης, ὑπάτης.

Τί ἐστι διάστημα καὶ τί ἐστιν ἁρμονία

γ. διάστημα δέ φησιν εἶναι φθόγγων τὴν πρὸς ἀλλήλους ποιὰν σχέσιν, οἷον διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν, σύστημα δὲ διαστημάτων ποιὰν περιοχήν, οἷον τετράχορδον, πεντάχορδον, ὀκτάχορδον.

δ. ἁρμονία δέ ἐστι συστημάτων σύνταξις, οἷον Λύδιος, Φρύ-

12 Vers d'Euripide, fragment 951, p. 846 de l'éd. Didot. Voyez aussi Plutarque, les *Symposiaques,* liv. IV, quest. 2, p. 666 E.

Platon, de ce qui nous a été transmis par nos prédécesseurs, nous avons jugé nécessaire de composer ce recueil.

Du son et de la voix enharmonique

II. Thrasylle, traitant de l'harmonie sensible des instruments, définit le son une tension de voix enharmonique. Or, le son est dit enharmonique, quand, s'il est aigu, il peut y en avoir un plus aigu encore, et s'il est grave, il peut y en avoir un plus grave encore, en sorte qu'il se trouve intermédiaire. Si donc nous supposons un son qui surpasse toute acuité, il ne saurait être enharmonique, et c'est pour cela que jamais on ne regardera comme un son enharmonique le bruit violent de la foudre dont les blessures sont parfois funestes, comme l'a dit le poète :

> Et les coups de la foudre ont fait bien des victimes
> Sans blessure sanglante.

De même si le son est tellement grave qu'il ne puisse pas y en avoir de plus grave, ce ne sera plus un son, parce qu'il ne sera plus enharmonique. Ce n'est donc ni toute voix, ni toute tension de voix, qu'on appelle son, mais seulement une voix enharmonique, comme celle qui donne la mèse, la nète ou l'hypate *.

Des intervalles et de l'harmonie

III. On définit l'intervalle une certaine disposition des sons, les uns par rapport aux autres, telles sont la quarte, la quinte et l'octave. Et on appelle système d'intervalles un certain ensemble, tels que le tétracorde, le pentacorde, l'octacorde.

IV. L'harmonie est la coordination des systèmes, tels

21 Dans l'octacorde ou lyre à huit cordes, la nète donnait le son le plus aigu, et l'hypate le son le plus grave. Ces deux sons correspondent aux deux *mi* de la même octave, la mèse correspond au *la*.

γιος, Δώριος. καὶ τῶν φθόγγων οἱ μὲν ὀξεῖς, οἱ δὲ βαρεῖς, οἱ δὲ μέσοι · ὀξεῖς μὲν οἱ τῶν νητῶν, βαρεῖς δὲ οἱ τῶν ὑπατῶν, μέσοι δὲ οἱ τῶν μεταξύ.

ε. τῶν δὲ διαστημάτων τὰ μὲν σύμφωνα, τὰ δὲ διάφωνα. σύμφωνα μὲν τά τε κατ' ἀντίφωνον, οἷόν ἐστι τὸ διὰ πᾶσων καὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν, καὶ τὰ <κατὰ> παράφωνον, οἷον τὸ διὰ πέντε, τὸ διὰ τεσσάρων. σύμφωνα δὲ κατὰ συνέχειαν οἷον τόνος, δίεσις. τά τε γὰρ κατ' ἀντίφωνον σύμφωνά ἐστιν, ἐπειδὰν τὸ ἀντικείμενον τῇ ὀξύτητι βάρος συμφωνῇ, τά τε κατὰ παράφωνόν ἐστι σύμφωνα, ἐπειδὰν μήτε ὁμότονον φθέγγηται φθόγγος μήτε διάφωνον, ἀλλὰ παρά τι γνώριμον διάστημα ὅμοιον. διάφωνοι δ' εἰσὶ καὶ οὐ σύμφωνοι φθόγγοι, ὧν ἐστι τὸ διάστημα τόνου ἢ διέσεως · ὁ γὰρ τόνος καὶ ἡ δίεσις ἀρχὴ μὲν συμφωνίας, οὔπω δὲ συμφωνία.

Περὶ συμφωνίας

ς. ὁ δὲ περιπατητικὸς Ἄδραστος, γνωριμώτερον περί τε ἁρμονίας καὶ συμφωνίας διεξιών, φησί · καθάπερ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ λόγου ὁλοσχερῆ μὲν καὶ πρῶτα μέρη τά τε ῥήματα καὶ ὀνόματα, τούτων δὲ αἱ συλλαβαί, αὗται δ' ἐκ γραμμάτων, τὰ δὲ γράμματα φωναὶ πρῶταί εἰσι καὶ στοιχειώδεις καὶ ἀδιαίρετοι καὶ ἐλάχισται — καὶ γὰρ συνίσταται ὁ λόγος ἐκ πρώτων γραμμάτων καὶ εἰς ἔσχατα ταῦτα ἀναλύεται — οὕτως καὶ τῆς ἐμμελοῦς καὶ ἡρμοσμένης φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ μέλους ὁλοσχερῆ μὲν μέρη τὰ λεγόμενα συστή-

7 σύμφωνα] διάφωνα conj. J D. Cf. l. 11-12 : διάφωνοι δ'εἰσί... — 15 Cf. Chalcidius, *In Timaeum Platonis commentarius,* XLIII, dans les *Fragmenta philosophorum graecorum,* t. II, p. 190, édit. Didot, 1881. Cf. aussi Censorin, *De die natali,* X, p. 363, éd. Didot, 1877.

sont le lydien, le phrygien, le dorien. Quant aux sons, les uns sont aigus, d'autres sont graves et d'autres moyens. Les sons aigus sont ceux que rendent les nètes, les sons graves ceux que rendent les hypates et les sons moyens ceux que rendent les cordes intermédiaires.

V. Parmi les intervalles, les uns sont consonants, les autres dissonants. Les intervalles consonants sont antiphones, tels que l'octave et la double octave, ou paraphones, tels que la quinte et la quarte. Sont au contraire dissonants les intervalles de sons juxtaposés tels que le ton et le diésis (ou demi-ton). Les intervalles antiphones ou de sons opposés sont consonants, parce que la gravité opposée à l'acuité produit la consonance; et les intervalles paraphones sont consonants, parce que les sons ne sont ni à l'unisson ni dissonants, mais qu'il y a un intervalle semblable perceptible. Sont dissonants et non consonants les sons dont l'intervalle est d'un ton ou d'un diésis; car le ton et le diésis sont le principe de la consonance, mais ils ne sont pas la consonance elle-même.

Des consonances

VI. Adraste le péripatéticien, dans son traité connu *De l'harmonie et de la consonance*, dit : De même que dans le discours soit écrit, soit parlé, les verbes et les noms en sont les parties les plus importantes ; que les parties essentielles des verbes et des noms sont les syllabes composées de lettres ; et que les lettres sont les premiers signes de langage, élémentaires, indivisibles et les plus courts, puisque le discours se compose de lettres et se résout finalement en lettres ; de même ce qui fait la partie principale du chant et de toute mélodie, ce sont les systèmes qu'on appelle tétracordes, pentacordes et octacordes, lesquels se composent d'intervalles qui sont eux-mêmes composés de sons, ces sons étant les éléments premiers et indivisibles dont se compose toute ματα, τετράχορδα καὶ πεντάχορδα καὶ ὀκτάχορδα · ταῦτα δέ ἐστιν ἐκ διαστημάτων, τὰ δὲ διαστήματα ἐκ φθόγγων, οἵτινες πάλιν φωναί εἰσι πρῶται καὶ ἀδιαίρετοι καὶ στοιχειώδεις, ἐξ ὧν πρώτων συνίσταται τὸ πᾶν μέλος καὶ εἰς ἃ ἔσχατα ἀναλύεται. διαφέρουσι δὲ ἀλλήλων οἱ φθόγγοι ταῖς τάσεσιν, ἐπεὶ οἱ μὲν αὐτῶν ὀξύτεροι, οἱ δὲ βαρύτεροι · αἱ δὲ τάσεις αὐτῶν κατά τινας λόγους εἰσὶν ἀφωρισμέναι.

φησὶ δὲ καὶ τοὺς Πυθαγορικοὺς περὶ αὐτῶν οὕτω τεχνολογεῖν · ἐπεὶ μέλος μὲν πᾶν καὶ πᾶς φθόγγος φωνή τίς ἐστιν, ἅπασα δὲ φωνὴ ψόφος, ψόφος δὲ πλῆξις ἀέρος κεκωλυμένου θρύπτεσθαι, φανερὸν ὡς ἠρεμίας μὲν οὔσης περὶ τὸν ἀέρα οὐκ ἂν γένοιτο οὔτε ψόφος οὔτε φωνή, διὸ οὐδὲ φθόγγος, πλήξεως δὲ καὶ κινήσεως γενομένης περὶ τὸν ἀέρα, ταχείας μὲν ὀξὺς ἀποτελεῖται ὁ φθόγγος, βραδείας δὲ βαρύς, καὶ σφοδρᾶς μὲν μείζων ἦχος, ἠρέμου δὲ μικρός. τὰ δὲ τάχη τῶν κινήσεων καὶ αἱ σφοδρότητες ἢ ἐν λόγοις τισὶν ἀποτελοῦνται ἢ καὶ ἀλόγως πρὸς ἄλληλα.

ὑπὸ μὲν οὖν τῶν ἀλόγων ἄλογοι καὶ ἐκμελεῖς γίνονται ψόφοι, οὓς οὐδὲ φθόγγους χρὴ καλεῖν κυρίως, ἤχους δὲ μόνον, ὑπὸ δὲ τῶν ἐν λόγοις τισὶ πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις ἢ ἁπλῶς ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἐμμελεῖς καὶ κυρίως καὶ ἰδίως φθόγγοι · ὧν οἱ μὲν ἄλλοι μόνον ἡρμοσμένοι, οἱ δὲ κατὰ τοὺς πρώτους καὶ γνωριμωτάτους καὶ κυριωτάτους λόγους πολλαπλασίους τε καὶ ἐπιμορίους ἤδη καὶ σύμφωνοι.

συμφωνοῦσι δὲ φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους, ὧν θατέρου κρουσθέντος ἐπί τινος ὀργάνου τῶν ἐντατῶν καὶ ὁ λοιπὸς κατά τινα οἰκειότητα καὶ συμπάθειαν συνηχεῖ · κατὰ ταὐτὸ δὲ ἀμφοῖν ἅμα κρουσθέντων ἡδεῖα καὶ προσηνὴς ἐκ τῆς κράσεως ἐξακούεται

15 ἠρέμου] ἠρεμαίας Porphyre, et de Fermat, *Varia opera mathematica*, lettre à Pellisson, p. 208, éd. de Toulouse, 1679, in-fol.

modulation et dans lesquels elle se résout définitivement. Les sons diffèrent les uns des autres par les tensions, les uns étant plus aigus, les autres plus graves. On a défini ces tensions de différentes manières *.

Voici, à cet égard, l'opinion qu'on attribue aux Pythagoriciens. Toute modulation et tout son étant une voix, et toute voix étant un bruit, et le bruit étant une percussion de l'air qui n'en est point brisé, il est évident que dans un air immobile il ne saurait y avoir ni bruit, ni voix, ni son. Au contraire, quand l'air est frappé et mis en mouvement, le son se produit : aigu, si le mouvement est rapide ; grave, si le mouvement est lent; fort, si le mouvement est violent ; faible, si le mouvement est peu sensible. Les vitesses de ces mouvements s'accomplissent suivant certains rapports, ou n'en ont aucun.

De ces vitesses sans rapports, résultent des sons sans rapports et dissonants, auxquels, à proprement parler, ne convient pas le nom de sons et que l'on appellerait plus justement bruit. Au contraire, on doit regarder comme les vrais sons, propres à la modulation, ceux qui ont entre eux certains rapports, soit multiples, soit superpartiels *, ou simplement de nombre à nombre. De ces sons, les uns sont seulement concordants, d'autres sont consonants selon les raisons premières et multiples les plus connues, et selon les raisons superpartielles.

Ils font entre eux une consonance, quand un son étant produit par une des cordes d'un instrument, les autres cordes résonnent par l'effet d'une certaine affinité, d'une sorte

4 La tension d'un son s'appelle maintenant la hauteur. — 21 Le rapport superpartiel ou sesquipartiel est celui dont l'antécédent surpasse d'une unité le conséquent, comme celui de 3 à 2, celui de 4 à 3, et en général celui de $n + 1$ à n.

φωνή. τῶν δὲ κατὰ τὸ ἑξῆς ἡρμοσμένων φθόγγων πρῶτοι μὲν οἱ τέταρτοι τάξει συμφωνοῦσι πρὸς ἀλλήλους, συμφωνοῦσι δὲ συμφωνίαν τὴν δι' αὐτὸ τοῦτο διὰ τεσσάρων λεγομένην, ἔπειτα οἱ πέμπτοι τὴν διὰ πέντε.

καὶ μετὰ ταῦτα οἱ περιλαμβάνοντες ἀμφοτέρας τὰς συμφωνίας, γινόμενοι δ' ἀπ' ἀλλήλων ὄγδοοι, τὴν διὰ πασῶν, οὕτω προσαγορευθεῖσαν ἐπειδὴ τὸ πρῶτον ἀπὸ τῆς ὀκταχόρδου λύρας ὁ πρῶτος καὶ βαρύτατος φθόγγος, καλούμενος ὑπάτη, τῷ τελευταίῳ καὶ ὀξυτάτῳ, τουτέστι τῇ νήτῃ, τὴν αὐτὴν εὑρέθη συνέχων συμφωνίαν κατ' ἀντίφωνον. ἐπηυξημένης δὲ τῆς μουσικῆς καὶ πολυχόρδων καὶ πολυφθόγγων γεγονότων ὀργάνων τῷ προσληφθῆναι καὶ ἐπὶ τὸ βαρὺ καὶ ἐπὶ τὸ ὀξὺ τοῖς προϋπάρχουσιν ὀκτὼ φθόγγοις ἄλλους πλείονας, ὅμως τῶν πρώτων συμφωνιῶν αἱ προσηγορίαι φυλάττονται, διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πασῶν.

προσανηύρηνται δὲ ταύταις ἕτεραι πλείους. τῇ γὰρ διὰ πασῶν πάσης ἄλλης προστιθεμένης, καὶ ἐλάττονος καὶ μείζονος καὶ ἴσης, ἐξ ἀμφοῖν ἑτέρα γίνεται συμφωνία, οἷον ἥ τε διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, καὶ δὶς διὰ πασῶν, ἔτι δὲ πάλιν τῇ διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως μέχρι τοῦ δύνασθαι φθέγγεσθαι ἢ κρίνειν ἀκούοντας. τόπος γάρ τις καλεῖται τῆς φωνῆς ὃν διεξέρχεται ἀπὸ βαρυτάτου τινὸς ἀρξαμένη φθόγγου καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς ἐπὶ τὸ ὀξὺ προϊοῦσα, ἢ ἀνάπαλιν. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐπὶ πλεῖον, οἱ δὲ ἐπ' ἔλαττον διιστᾶσιν.

τὸ μέντοι ἑξῆς καὶ ἐμμελῶς ἐν τούτῳ προκόπτειν οὔτε ὡς

19 τῇ διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων] τῇ δὶς διὰ πασῶν εἰ προστεθείη τούτων τις, οἷον ἡ διὰ τεσσάρων καὶ ἡ διὰ πέντε.... Manuel Bryenne, les *Harmoniques*, II, I, p. 394, vol. III des *Œuvres Mathém.* de Wallis, Oxford, 1699, in-fol.

de sympathie ; et aussi, quand deux sons étant produits en même temps, il en résulte un son mixte qui a une douceur et un charme tout particuliers. Parmi les sons successifs concordants, les quatrièmes forment avec les premiers une consonance, savoir celle que pour cette raison nous appelons quarte. Les cinquièmes à la suite donnent la quinte.

Viennent ensuite les huitièmes qui comprennent ces deux consonances et que nous appelons diapason (octave). En effet, sur la lyre à huit cordes, on trouve que le premier son qui est le plus grave, et qu'on appelle hypate, s'accorde par opposition avec le dernier et le plus aigu qui est celui de la nète, avec lequel il a la même consonance. Et quand, la musique ayant fait des progrès, les instruments ont reçu un plus grand nombre de cordes et ont rendu des sons plus multipliés, un grand nombre de sons, tant aigus que graves, ayant été ajoutés aux huit anciens, on a néanmoins conservé les dénominations des anciennes consonances : quarte, quinte et octave.

Cependant plusieurs autres consonances ont été trouvées : à la consonance d'octave, on en a ajouté de plus petites, de plus grandes, ou d'égales, et de la somme des deux résulte une consonance nouvelle, telle qu'octave et quarte, octave et quinte, et double octave ; et si l'on ajoute encore à l'octave quelqu'une des consonances précédentes, on obtient la double octave et quarte et ainsi de suite, tant que le son peut être produit et est perceptible à l'oreille. Il y a, en effet, une certaine étendue que la voix parcourt en commençant par le son le plus grave pour s'élever au plus aigu et inversement, étendue qui est plus grande chez les uns, moins grande chez les autres.

Cette série de modulations n'a pas lieu au hasard, ni sans art et d'après un seul mode, mais d'après certains modes déterminés qu'il faut observer dans les différents genres de mélodie. Car, de même que dans le discours soit parlé, soit écrit, ce n'est pas toute lettre, combinée avec une lettre quel-ἔτυχε γίνεται οὔτε μὴν ἁπλῶς καὶ μοναχῶς, ἀλλὰ κατά τινας τρόπους ἀφωρισμένους, καθ' οὓς αἱ τῶν λεγομένων γενῶν τῆς μελῳδίας θεωροῦνται διαφοραί. καθάπερ γὰρ ἐπὶ τοῦ λόγου καὶ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς οὐ πᾶν γράμμα παντὶ συμπλεκόμενον συλλαβὴν ἢ λόγον ἀποτελεῖ, οὕτως οὐδὲ ἐν τῷ μέλει κατὰ τὴν ἡρμοσμένην φωνὴν οὐδ' ἐν τῷ ταύτης τόπῳ πᾶς φθόγγος μετὰ παντὸς τιθέμενος ἐμμελὲς ποιεῖ διάστημα, ἀλλ' ὥς φαμεν κατὰ τρόπους τινὰς ἀφωρισμένους.

Περὶ τόνου καὶ ἡμιτονίου

ζ. τοῦ δὲ λεγομένου τόπου τῆς φωνῆς καὶ παντὸς τοῦ ἐν τούτῳ διαστήματος γνωριμώτατον μέρος τε καὶ μέτρον ἐστὶ τὸ καλούμενον τονιαῖον διάστημα, καθάπερ ὁ πῆχυς τοῦ κυρίως τοπικοῦ διαστήματος ὃ φερόμενα τὰ σώματα διέξεισιν. ἔστι δὲ γνωριμώτατον τὸ τονιαῖον διάστημα, ἐπειδὴ τῶν πρώτων καὶ γνωριμωτάτων συμφωνιῶν ἐστι διαφορά · τὸ γὰρ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ.

η. τὸ μέντοι ἡμιτόνιον οὐχ ὡς ἥμισυ τόνου λέγεται, ὥσπερ Ἀριστόξενος ἡγεῖται, καθὸ καὶ τὸ ἡμιπήχιον ἥμισυ πήχεως, ἀλλ' ὡς ἔλαττον τοῦ τόνου μελῳδητὸν διάστημα · καθὰ καὶ τὸ ἡμίφωνον γράμμα οὐχ ὡς ἥμισυ φωνῆς καλοῦμεν, ἀλλ' ὡς μὴ αὐτοτελῆ καθ' αὑτὸ φωνήν. δείκνυται γὰρ ὁ τόνος μηδ' ὅλως εἰς δύο ἴσα διαιρεῖσθαι δυνάμενος, ἐν λόγῳ θεωρούμενος ἐπογδόῳ, καθάπερ οὐδ' ἄλλο τι ἐπιμόριον διάστημα. τὰ γὰρ θ' οὐχ οἷόν τε διαιρεθῆναι εἰς ἴσα.

5 λόγον] λέξιν conj. J D. — 18 ἡμιπήχιον] ἡμιπήχειον Hultsch.

conque, qui produit une syllabe ou un mot; de même, dans la mélodie, ce n'est pas la combinaison de sons quelconques qui produit la voix bien ordonnée, ou qui, à sa place, produit l'intervalle propre à la modulation ; mais il faut que cette combinaison ait lieu, comme nous venons de le dire, suivant la loi de modes définis.

Du ton et du demi-ton

VII. La partie la plus facile à apprécier et la mesure de ce qu'on nomme l'étendue de la voix et de tout son intervalle est appelée ton, de même qu'on appelle coudée la mesure principale de l'espace que parcourent les corps en mouvement. L'intervalle de ton est très facile à distinguer, comme différence des consonances premières les plus connues : car la quinte surpasse la quarte d'un ton.

VIII. Le demi-ton n'est pas ainsi appelé parce que ce serait la moitié d'un ton, comme le pense Aristoxène, de la même manière que la demi-coudée est la moitié de la coudée ; mais parce que c'est un intervalle musical moindre que le ton, de la même manière que nous appelons certaine lettre demi-voyelle, non parce qu'elle fait entendre la moitié d'un son, mais parce qu'elle ne fait pas entendre complètement le même son. On démontre, en effet, que le ton, considéré dans la raison sesquioctave (9/8), ne peut pas plus se partager en deux parties égales que tout autre intervalle sesquipartiel, car 9 n'est pas divisible par 2.

Τί τὸ διάτονον γένος τῆς μελῳδίας, τί τὸ χρωματικόν καὶ τί τὸ ἐναρμονίον

θ. ὅταν μὲν οὖν ἡ φωνὴ μελῳδοῦσά ἐν τῷ λεγομένῳ τόπῳ αὐτῆς ἀπό τινος βαρυτέρου φθόγγου ἐπὶ τὸν ἑξῆς ὀξύτερον μεταβῇ τὸ λεγόμενον ἡμιτονιαῖον διάστημα ποιησαμένη κἄπειτ᾽ ἀπ᾽ αὐτοῦ τόνον διαστήσασα πρῶτον ἐπ᾽ ἄλλον παραγένηται φθόγγον, βουλομένη κατὰ τὸ ἑξῆς προκόπτειν ἐμμελῶς, οὐδὲν ἕτερον εἶναι δύναται διάστημα οὐδὲ προενέγκασθαι φθόγγον ἕτερον ἐμμελῆ καὶ ἡρμοσμένον, ἢ διάστημα μὲν τονιαῖον, φθόγγον δὲ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ τοῦτο ὁρίζοντα καὶ συμφωνοῦντα τῷ ἐξ ἀρχῆς τὴν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν.

καλεῖται δὲ τὸ οὕτω μελῳδηθὲν σύστημα τετράχορδον, συνεστηκὸς ἐκ διαστημάτων μὲν τριῶν, ἡμιτονίου καὶ τόνου καὶ τόνου, φθόγγων δὲ τεσσάρων, ὧν οἱ περιέχοντες, τουτέστιν ὅ τε βαρύτατος καὶ ὀξύτατος, συμφωνοῦσιν εὐθὺς ἣν διὰ τεσσάρων ἔφαμεν λέγεσθαι συμφωνίαν δύο τόνων οὖσαν καὶ ἡμιτονίου. καλεῖται δὲ τὸ τοιοῦτον γένος τῆς μελῳδίας διάτονον, ἤτοι ὅτι διὰ τῶν τόνων τὸ πλεῖστον διοδεύει ἢ ὅτι σεμνόν τι καὶ ἐρρωμένον καὶ εὔτονον ἦθος ἐπιφαίνει.

ι. ἐὰν μέντοι ἡ φωνή, τὸν ἐξ ἀρχῆς πρῶτον ὁρίσασα φθόγγον καὶ ἡμιτόνιον ἐπὶ τὸ ὀξὺ μεταβᾶσα, ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔλθῃ δεύτερον φθόγγον, εἶτα πάλιν ἀπὸ τοῦδε ἡμιτόνιον διαστήσασα τρίτον ὁρίσῃ φθόγγον ἄλλον, ἀπὸ τούτου κατὰ συνέχειαν πειρωμένη προκόπτειν ἐμμελῶς οὔτε διάστημα δύναται ποιήσασθαι ἄλλο πλὴν τὸ λειπόμενον τοῦ πρώτου γενομένου τετραχόρδου, τὸ τριημιτονιαῖον ἀσύνθετον, οὔτε φθόγγον ἕτερον ὁρίσαι ἢ τὸν ἐπὶ τὸ ὀξὺ περιέχοντα τὸ πρῶτον τετράχορδον, συμφωνοῦντα τῷ βαρυτάτῳ κατὰ τὸ διὰ τεσσάρων · ὥστε γίνεσθαι τὴν τοιαύτην μελῳδίαν κατὰ ἡμιτόνιον καὶ ἡμιτόνιον καὶ τριημιτόνιον ἀσύνθετον. καλεῖται δὲ πάλιν τὸ γένος τῆς τοιαύτης μελῳδίας

Du genre diatonique de la modulation, du genre chromatique et du genre enharmonique

IX. Quand la voix qui est modulée dans les limites de son étendue passe d'un son plus grave à un plus aigu, en produisant l'intervalle d'un demi-ton, qu'ensuite, franchissant l'intervalle d'un ton, elle passe à un autre son, et qu'elle continue à moduler, il ne peut y avoir d'autre intervalle, que celui d'un ton, qui produise un autre son agréable et apte à la modulation, et ce son aigu consonant donnera avec le premier la consonance de quarte.

Une modulation de ce genre s'appelle système tétracorde, elle se compose de trois intervalles, savoir : d'un demi-ton, d'un ton et d'un autre ton, et de quatre sons, dont les extrêmes, c'est-à-dire le plus grave et le plus aigu, forment une consonance. Cette consonance, que nous avons dit être appelée quarte, se compose donc de deux tons et d'un demi-ton. Ce genre de modulation s'appelle diatonique, soit parce que, d'ordinaire, il s'élève par des tons, soit à cause de la vigueur et de la fermeté qu'il montre.

X. Quand la voix produit un premier son, et que, franchissant un demi-ton, elle s'élève à un son plus aigu, puis passe de là à un troisième, en franchissant encore un demi-ton, et que s'efforçant d'avancer avec modulation, elle en produit encore un autre après celui-ci, elle ne peut observer un autre intervalle qu'un trihémiton incomposé, complément du premier tétracorde, et ne peut produire d'autre son que celui qui limite ce tétracorde en montant vers les sons aigus, et qui avec le plus grave donne la consonance de quarte. Cette modulation se fait donc par un demi-ton, suivi d'un demi-ton et d'un trihémiton incomposé, et ce genre de modulation s'appelle chromatique, parce qu'il s'écarte du premier et qu'il χρωματικὸν διὰ τὸ παρατετράφθαι καὶ ἐξηλλάχθαι τοῦ πρόσθεν γοερώτερόν τε καὶ παθητικώτερον ἦθος ἐμφαίνειν.

ια. λέγεται δέ τι καὶ τρίτον γένος μελῳδίας ἐναρμόνιον, ἐπειδὰν ἀπὸ τοῦ βαρυτάτου φθόγγου κατὰ δίεσιν καὶ δίτονον ἡ φωνὴ προελθοῦσα μελῳδήσῃ τὸ τετράχορδον.

Τί ἐστι δίεσις

ιβ. δίεσιν δὲ καλοῦσιν ἐλαχίστην οἱ περὶ Ἀριστόξενον τὸ τεταρτημόριον τοῦ τόνου, ἥμισυ δὲ ἡμιτονίου, ὡς ἐλάχιστον μελῳδητὸν διάστημα, τῶν Πυθαγορείων διέσιν καλούντων τὸ νῦν λεγόμενον ἡμιτόνιον. καλεῖσθαι δέ φησιν Ἀριστόξενος τοῦτο τὸ προειρημένον γένος ἁρμονίαν διὰ τὸ εἶναι ἄριστον, ἀπενεγκάμενον τοῦ παντὸς ἡρμοσμένου τὴν προσηγορίαν. ἔστι δὲ δυσμελῳδητότατον καί, ὡς ἐκεῖνός φησι, φιλότεχνον καὶ πολλῆς δεόμενον συνηθείας, ὅθεν οὐδ' εἰς χρῆσιν ῥᾳδίως ἔρχεται, τὸ δὲ διάτονον γένος ἁπλοῦν τι καὶ γενναῖον καὶ μᾶλλον κατὰ φύσιν · διὸ μᾶλλον τοῦτο παραλαμβάνει Πλάτων.

διάτονον	ἡμιτόνιον	τόνος	τόνος
χρωματικόν	ἡμιτόνιον	ἡμιτόνιον	τριημιτόνιον
ἁρμονικόν	δίεσις	δίεσις	δίτονον

<Περὶ τῆς εὑρέσεως τοῦ τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς λόγου>

τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους πρῶτος ἀνευρηκέναι δοκεῖ Πυθαγόρας, τοὺς μὲν διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τοὺς δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, τοὺς δὲ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ, καὶ τοὺς μὲν διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάchange de couleur, il exprime les affections lamentables et les passions violentes.

XI. Il y a un troisième genre de modulation qu'on appelle enharmonique. C'est celui où partant du son le plus grave la voix module le tétracorde en progressant par un diésis, puis un autre diésis et un double ton.

Du diésis

XII. Les disciples d'Aristoxène appellent diésis mineur le quart de ton ou moitié du demi-ton qu'ils considèrent comme le plus petit intervalle appréciable. Les Pythagoriciens appelent diésis ce qu'on nomme maintenant demi-ton *. Aristoxène dit que le genre enharmonique s'appelle ainsi parce qu'il est le meilleur, ce qui lui a fait donner le nom qui convient à tout ce qui est bien ordonné. Cette modulation est très difficile, et comme il le dit lui-même, elle demande beaucoup d'art et d'étude et ne s'acquiert que par une longue pratique. Le genre diatonique au contraire est simple, noble et plus naturel, c'est pourquoi Platon le préfère *.

<table>
<tr><th>Genres</th><th colspan="3">Intervalles</th></tr>
<tr><td>Diatonique</td><td>demi-ton</td><td>ton</td><td>ton</td></tr>
<tr><td>Chromatique</td><td>demi-ton</td><td>demi-ton</td><td>trihémiton</td></tr>
<tr><td>Enharmonique</td><td>diésis</td><td>diésis</td><td>diton</td></tr>
</table>

De la découverte des lois numériques des consonances

XII *(bis)*. C'est Pythagore qui paraît avoir trouvé le premier

11 Maintenant νῦν, c'est-à-dire au commencement du second siècle. — 18 Platon, selon Macrobe, assigne aussi le genre diatonique à l'harmonie des sphères :... *diatonum (genus) mundanæ musicæ doctrina Platonis adscribitur.* Macrobe, *In somnium Scipionis*, II, 4.

ρων ἐν λόγῳ τῶν η΄ πρὸς γ΄ ὅς ἐστι πολλαπλασιεπιμερής, διπλάσιος γὰρ καὶ δισεπίτριτός ἐστι, τοὺς δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίῳ, τοὺς δὲ δὶς διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ, καὶ τῶν ἄλλων ἡρμοσμένων τοὺς μὲν τὸν τόνον περιέχοντας ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ, τοὺς δὲ τὸ νῦν λεγομένον ἡμιτόνιον, τότε δὲ δίεσιν, ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ πρὸς ἀριθμὸν τῷ τῶν σνς΄ πρὸς σμγ΄.

ἐξετάσας τοὺς λόγους διά τε τοῦ μήκους καὶ πάχους τῶν χορδῶν, ἔτι δὲ τῆς τάσεως γινομένης κατὰ τὴν στροφὴν τῶν κολλάβων ἢ γνωριμώτερον κατὰ τὴν ἐξάρτησιν τῶν βαρῶν, ἐπὶ δὲ τῶν ἐμπνευστῶν καὶ διὰ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλιῶν ἢ διὰ τῆς ἐπιτάσεως καὶ ἀνέσεως τοῦ πνεύματος, ἢ δι᾽ ὄγκων καὶ σταθμῶν οἷον δίσκων ἢ ἀγγείων. ὅ τι γὰρ ἂν ληφθῇ τούτων κατά τινα τῶν εἰρημένων λόγων, τῶν ἄλλων <ἴσων> ὄντων, τὴν κατὰ τὸν λόγον ἀπεργάσεται συμφωνίαν.

ἀρκείτω δ᾽ ἡμῖν ἐν τῷ παρόντι διὰ τοῦ μήκους τῶν χορδῶν δηλῶσαι ἐπὶ τοῦ λεγομένου κανόνος. τῆς γὰρ ἐν τούτῳ μιᾶς χορδῆς καταμετρηθείσης εἰς τέσσαρα ἴσα ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος τῷ μὲν ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν ἐν λόγῳ γενόμενος ἐπιτρίτῳ συμφωνήσει διὰ τεσσάρων, τῷ δὲ ἀπὸ τῶν δύο, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, ἐν λόγῳ γενόμενος διπλασίῳ συμφωνήσει διὰ πασῶν, τῷ δὲ ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ συμφωνήσει δὶς διὰ πασῶν.

que les sons consonants ont entre eux des rapports *. Les sons qui produisent la quarte ont entre eux le rapport sesquitierce (4/3) ; ceux qui produisent la quinte ont la raison sesquialtère (3/2) ; ceux qui produisent l'octave ont entre eux la raison double ; ceux qui donnent octave et quarte sont dans le rapport de 8 à 3 qui est polyépimère, car il est égal à $2 + 2/3$. Les sons qui donnent octave et quinte sont en raison triple, et ceux qui donnent le double octave sont en raison quadruple. Parmi les autres sons concordants, ceux qui donnent le ton sont dans la raison sesquioctave (9/8), et ceux qui donnent le demi-ton, mais qu'alors on appelait diésis, sont dans le rapport du nombre 256 au nombre 243 *.

C'est Pythagore, disons-nous, qui paraît avoir découvert ces rapports, par la longueur et la grosseur des cordes, ainsi que par la tension à laquelle il les soumettait en tournant les chevilles, ou par une méthode plus connue, en y suspendant des poids, et dans les instruments à vent par le diamètre de la cavité, par l'intensité plus ou moins grande du souffle, ou par le poids des disques, ou le niveau dans les vases. Quelle que soit la méthode choisie parmi celles que nous venons de citer, on aura la consonance suivant le rapport indiqué, toutes choses égales d'ailleurs.

Pour le moment, contentons-nous de la démonstration qui, dans ce qu'on appelle le canon harmonique, s'obtient par la longueur des cordes : si nous divisons en quatre parties égales une corde tendue sur le canon harmonique, le son produit par la corde entière formera avec celui qui est produit par trois parties de la corde l'accord de quarte, le rapport est sesquitierce ; avec le son produit par deux parties ou la moitié de la corde, il formera l'accord d'octave, le rapport est double ; avec le son produit par le quart de la corde, il donnera l'accord de double octave, le rapport est quadruple.

1 Cf. Chalcidius, *In Timæum Platonis*, XLIV, p. 191, éd. Didot. — 12 Le rapport de 256 à 243 qu'on nomme aussi *limma* est l'excès de la quarte sur le double ton : on a $4/3 : (9/8)^2 = 4/3 \times 64/81 = 256/243$.

ὁ δὲ ἀπὸ τῶν τριῶν μερῶν φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν δύο γενόμενος ἐν ἡμιολίῳ συμφωνήσει διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν ἀπὸ τοῦ τετάρτου μέρους γενόμενος ἐν λόγῳ τριπλασίῳ συμφωνήσει διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε. ἐὰν δὲ εἰς ἐννέα διαμετρηθῇ ἡ χορδή, ὁ ἀπὸ τῆς ὅλης φθόγγος πρὸς τὸν ἀπὸ τῶν ὀκτὼ μερῶν ἐν λόγῳ ἐπογδόῳ τὸ τονιαῖον περιέξει διάστημα.

πάσας δὲ τὰς συμφωνίας περιέχει ἡ τετρακτύς. συνέστησε μὲν γὰρ αὐτὴν α′ καὶ β′ καὶ γ′ καὶ δ′. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἥ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία καὶ ἡ διὰ πέντε καὶ ἡ διὰ πασῶν, <καὶ ἡ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, καὶ ἡ δὶς διὰ πασῶν> καὶ ὁ ἐπίτριτος λόγος καὶ ἡμιόλιος καὶ διπλάσιος καὶ τριπλάσιος καὶ τετραπλάσιος.

ταύτας δὲ τὰς συμφωνίας οἱ μὲν ἀπὸ βαρῶν ἠξίουν λαμβάνειν, οἱ δὲ ἀπὸ μεγεθῶν, οἱ δὲ ἀπὸ κινήσεων [καὶ ἀριθμῶν], οἱ δὲ ἀπὸ ἀγγείων [καὶ μεγεθῶν], Λᾶσος δὲ ὁ Ἑρμιονεύς, ὥς φασι, καὶ οἱ περὶ τὸν Μεταποντῖνον Ἵππασον Πυθαγορικὸν ἄνδρα συνέπεσθαι τῶν κινήσεων τὰ τάχη καὶ τὰς βραδυτῆτας, δι' ὧν αἱ συμφωνίαι ἐν ἀριθμοῖς ἡγουμενος λόγους τοιούτους ἐλάμβανεν ἐπ' ἀγγείων. ἴσων γὰρ ὄντων καὶ ὁμοίων πάντων τῶν ἀγγείων τὸ μὲν κενὸν ἐάσας, τὸ δὲ ἥμισυ ὑγροῦ <πληρώσας> ἐψόφει ἑκατέρῳ, καὶ αὐτῷ ἡ διὰ πασῶν ἀπεδίδοτο συμφωνία·

θάτερον δὲ πάλιν τῶν ἀγγείων κενὸν ἐῶν εἰς θάτερον τῶν τεσσάρων μερῶν τό ἓν ἐνέχεε, καὶ κρούσαντι αὐτῷ ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία ἀπεδίδοτο, ἡ δὲ διὰ πέντε, <ὅτε> ἓν μέρος τῶν τριῶν συνεπλήρου, οὔσης τῆς κενώσεως πρὸς τὴν ἑτέραν ἐν μὲν τῇ διὰ πασῶν ὡς β′ πρὸς ἕν, ἐν δὲ τῷ διὰ πέντε ὡς γ′ πρὸς β′, ἐν δὲ τῷ διὰ τεσσάρων ὡς δ′ πρὸς γ′.

οἷς ὁμοίως καὶ κατὰ τὰς διαλήψεις τῶν χορδῶν θεωρεῖται,

10 <καὶ ἡ διὰ πασῶν.....> manque aux mss. — 18 Hiller croit qu'il y a une lacune entre αἱ συμφωνίαι et ἐν ἀριθμοῖς. — 25 κενώσεως] κινήσεως.

De plus le son produit par trois parties de la corde donnera avec le son produit par la moitié de la corde la consonance de quinte, le rapport est sesquialtère, et, à l'égard du son produit par le quart de la corde, il donnera la consonance d'octave et quinte, le rapport est 3. Si nous divisons la corde en 9 parties égales, le son produit par la corde entière donnera avec le son qui est produit par 8 parties l'intervalle d'un ton, le rapport est sesquioctave.

Le quaternaire 1, 2, 3, 4, renferme toutes les consonances, car il contient celles de quarte, de quinte, d'octave, d'octave et quinte et de double octave, savoir les raisons sesquitierce, sesquialtère, double, triple et quadruple (c'est-à-dire 4/3, 3/2, 2, 3 et 4).

Ces consonances, les uns ont voulu les obtenir par des poids, d'autres par des longueurs, d'autres par des mouvements nombrés, d'autres encore par la capacité des vases. On raconte que Lasus d'Hermione et les disciples d'Hippase de Métaponte, ce dernier de la secte de Pythagore, ont observé sur des vases la rapidité et la lenteur des mouvements à l'aide desquels les consonances se calculent en nombres. Prenant plusieurs vases de même capacité et semblables, on a laissé l'un vide et l'on a rempli l'autre à moitié d'un liquide, puis on a frappé chacun d'eux, on a obtenu la consonance d'octave.

Laissant de nouveau un vase vide et remplissant l'autre au quart, on a obtenu, en les frappant, la consonance de quarte; pour l'accord de quinte, on remplissait le tiers d'un vase; le rapport des espaces vides était, pour l'octave celui de 2 à 1, pour la quinte celui de 3 à 2, pour la quarte celui de 4 à 3.

Par la division des cordes, on obtient les mêmes rapports comme nous l'avons vu. Toutefois, on ne se servait pas d'une seule corde, comme dans le canon harmonique, mais de deux ὡς προείρηται, ἀλλ' οὐκ ἐπὶ μιᾶς χορδῆς, ὡς ἐπὶ τοῦ κανόνος, ἀλλ' ἐπὶ δυεῖν · δύο γὰρ ποιήσας ὁμοτόνους ὅτε μὲν τὴν μίαν αὐτῶν διαλάβοι μέσην πιέσας, τὸ ἥμισυ πρὸς τὴν ἑτέραν συμφωνίαν τὴν διὰ πασῶν ἐποίει · ὅτε δὲ τὸ τρίτον μέρος ἀπολαμβάνοι, τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν τὴν διὰ πέντε συμφωνίαν ἐποίει · ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῆς διὰ τεσσάρων · καὶ γὰρ ἐπὶ ταύτης μιᾶς τῶν χορδῶν ἀπολαβὼν τὸ τέταρτον μέρος τὰ λοιπὰ μέρη πρὸς τὴν ἑτέραν συνῆπτεν.

ὃ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς σύριγγος ἐποίει κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον. οἱ δ' ἀπὸ τῶν βαρῶν τὰς συμφωνίας ἐλάμβανον, ἀπὸ δυεῖν χορδῶν ἐξαρτῶντες βάρη κατὰ τοὺς εἰρημένους λόγους, οἱ δ' ἀπὸ τῶν μηκῶν, καὶ τῶν χορδῶν ἐπίεσαν, τὰς συμφωνίας ἐν ταῖς χορδαῖς ἀποφαινόμενοι.

ιγ'. φθόγγον δὲ εἶναι φωνῆς πτῶσιν ἐπὶ μίαν τάσιν. ὅμοιον γάρ φασιν αὐτὸν αὑτῷ δεῖν εἶναι τὸν φθόγγον καὶ ἐλάχιστον κατὰ διαφοράν, οὐκ ἐκ διαφόρων τάσεων οἷον βαρύτητος καὶ ὀξύτητος. τῶν δὲ φωνῶν αἱ μὲν ὀξεῖαι, αἱ δὲ βαρεῖαι, διὸ καὶ τῶν φθόγγων, <ὧν> ὁ μὲν ὀξὺς ταχύς ἐστιν, ὁ δὲ βαρὺς βραδύς. εἰ γοῦν εἰς δύο ἰσοπαχεις καὶ ἰσοκοίλους <αὐλοὺς> τετρημένους εἰς σύριγγος τρόπον, ὧν τοῦ ἑτέρου διπλάσιόν ἐστι τὸ μῆκος τοῦ ἑτέρου, ἐμφυσήσαι τις, ἀνακλᾶται τὸ πνεῦμα τὸ ἐκ τοῦ ἡμίσεος μήκους διπλασίῳ τάχει χρώμενον, καὶ <γίνεται> συμφωνία ἡ διὰ πασῶν βαρέος μὲν φθόγγου τοῦ διὰ τοῦ μείζονος, ὀξέος δὲ τοῦ διὰ τοῦ ἐλάττονος.

αἴτιον δὲ τάχος τε καὶ βραδυτὴς τῆς φορᾶς. καὶ κατὰ τὰ ἀποστήματα δὲ τῶν ἐν τοῖς αὐλοῖς τρημάτων τὰς συμφωνίας ἀπεδίδοσαν καὶ ἐπὶ ἑνός. διχῇ μὲν γὰρ διῃρημένου καὶ τοῦ αὐλοῦ ὅλου ἐμφυσηθέντος ἐκ τοῦ κατὰ τὸ ἥμισυ τρήματος τὸ

13 Hiller croit que les mss. présentent ici une lacune. — 14 Titre : τί ἐστι φθόγγος (ce que c'est que le son). — 19 <αὐλοὺς> proposé par Hiller; cf. même p., l. 26 et suiv.

cordes à l'unisson également tendues. On interceptait la moitié d'une de ces cordes en pressant le milieu avec le doigt, on obtenait avec la moitié et l'autre corde entière la consonance d'octave; quand on interceptait seulement un tiers, les deux autres tiers et la corde entière donnaient l'accord de quinte. De même pour obtenir la consonance de quarte, on interceptait le quart d'une des deux cordes, en laissant l'autre entière.

On a fait une expérience semblable sur la flûte et on a trouvé les mêmes rapports. Ceux qui ont mesuré les consonances avec des poids, ont suspendu à deux cordes des poids dans les rapports que nous avons dits et qu'on avait obtenus par la longueur des cordes, en déterminant les consonances de ces cordes.

XIII. Le son est le repos de la voix sur une seule intonation, car on dit que le son doit toujours être semblable à lui-même et ne pas admettre la moindre différence ni se composer de différentes tensions de gravité ou d'acuité. Or les voix sont en partie aiguës, en partie graves; c'est pourquoi parmi les sons, l'un, aigu, est rapide, et l'autre, grave, est lent. Si donc on souffle dans deux tuyaux d'une égale grosseur et d'un diamètre égal, percés à la manière d'une flûte, et dont l'un soit deux fois plus long que l'autre, l'air qui s'échappe du tuyau deux fois moins long a une vitesse double et il en résulte la consonance d'octave, le son le plus grave sortant du tuyau le plus long et le son le plus aigu sortant du tuyau le plus court.

La cause en doit être attribuée à la vitesse et à la lenteur du mouvement, et cette cause produit les mêmes consonances dans une seule flûte; à cause de la distance des trous. En effet, si une flûte étant divisée en deux parties égales, on souffle dans la flûte entière, puis jusqu'au trou qui la divise en deux parties, on entendra la consonance d'octave; la flûte étant divisée en trois, et deux tiers étant pris du côté διὰ πασῶν σύμφωνον ἀποτελεῖται. τριχῇ δὲ διαιρεθέντος καὶ τῶν μὲν δυεῖν μερῶν ὄντων πρὸς τῇ γλωσσίδι, κάτω δὲ τοῦ ἑνός, καὶ τοῦ ὅλου συμφυσηθέντος τοῖς δυσί, τὴν διὰ πέντε γενέσθαι συμφωνίαν. τεσσάρων δὲ διαιρέσεων γενομένων, τριῶν μὲν ἄνω, κάτω δὲ μιᾶς, καὶ τῷ ὅλῳ συμφυσηθέντων τῶν τριῶν γίνεται ἡ διὰ τεσσάρων.

οἱ δὲ περὶ Εὔδοξον καὶ Ἀρχύταν τὸν λόγον τῶν συμφωνιῶν ἐν ἀριθμοῖς ᾤοντο εἶναι, ὁμολογοῦντες καὶ αὐτοὶ ἐν κινήσεσιν εἶναι τοὺς λόγους καὶ τὴν μὲν ταχεῖαν κίνησιν ὀξεῖαν εἶναι ἅτε πλήττουσαν συνεχὲς καὶ ὠκύτερον κεντοῦσαν τὸν ἀέρα, τὴν δὲ βραδεῖαν βαρεῖαν ἅτε νωθεστέραν οὖσαν.

ταυτὶ μὲν περὶ τῆς εὑρέσεως τῶν συμφωνιῶν· ἐπανέλθωμεν δὲ ἐπὶ τὰ ὑπὸ τοῦ Ἀδράστου παραδεδομένα. φησὶ γὰρ ὅτι τούτοις τοῖς εἰς τὴν ἀνεύρεσιν τῶν συμφωνιῶν ὀργάνοις κατὰ μὲν τοὺς λόγους προπαρασκευασθεῖσιν ἡ αἴσθησις ἐπιμαρτυρεῖ, τῇ δὲ αἰσθήσει προσληφθείσῃ ὁ λόγος ἐφαρμόζει. πῶς δὲ καὶ οἱ τὸ λεγόμενον ἡμιτόνιον περιέχοντες φθόγγοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ἐν λόγῳ τῷ τῶν σνς´ πρὸς σμγ´, μικρὸν ὕστερον ἔσται φανερόν.

Περὶ τῶν ἐν λόγοις συμφωνιῶν συνθέσεών τε καὶ διαιρέσεων

δῆλον δὲ ὅτι καὶ αἱ συνθέσεις καὶ αἱ διαιρέσεις τῶν συμφωνιῶν ὁμόλογοι καὶ συνῳδοὶ θεωροῦνται ταῖς τῶν κατὰ ταύτας λόγων συνθέσεσί τε καὶ διαιρέσεσιν ἃς πρόσθεν ἐμηνύσαμεν. οἷον ἐπεὶ τὸ διὰ πασῶν ἔκ τε τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων συντίθεται καὶ εἰς ταῦτα διαιρεῖται, λόγος δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν διπλάσιος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος, τοῦ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, φαίνεται [ὅτι] καὶ ὁ διπλάσιος λόγος συν-

28 ὅτι] ἄρα conj. Hultsch.

de la languette et un tiers vers l'extrémité, si on souffle dans la flûte entière et dans les deux tiers, on entendra l'accord de quinte. Si elle est divisée en quatre, et que l'on prenne trois parties vers le haut et une vers le bas, en soufflant dans la flûte entière et dans les trois quarts, on aura la consonance de quarte.

L'école d'Eudoxe et celle d'Archytas ont pensé que les rapports des consonances pouvaient être exprimés par des nombres; elles ont reconnu aussi que ces rapports expriment les mouvements, un mouvement rapide correspondant à un son aigu, parce qu'il frappe et pénètre l'air d'une manière plus continue et plus rapide, et un mouvement lent répondant à un son grave, parce qu'il est plus tardif.

Voilà ce que nous avions à dire de la découverte (des lois numériques) des consonances. Revenons maintenant à ce qu'a dit Adraste au sujet de ces instruments qui ont été préparés selon certains rapports dans le but de découvrir les consonances; il dit, en effet, que nous jugeons par l'ouïe la grandeur des intervalles et que les raisons confirment le témoignage des sens. Nous expliquerons bientôt comment les sons qui ont entre eux l'intervalle d'un demi-ton, ainsi que nous l'avons dit, sont dans le rapport de 256 à 243.

De l'addition et de la soustraction des consonances

XIII *(bis)*. Il est évident que les compositions et les divisions des consonances sont entre elles dans le même rapport que les compositions et les divisions des nombres qui mesurent les consonances, comme nous l'avons expliqué. Ainsi l'octave se compose de la quinte et de la quarte et se divise en quinte et quarte. Or la raison de l'octave est double, celle de quarte est sesquitierce (4/3) et celle de la quinte est sesquialtère (3/2). Il est clair que la raison 2 se compose de 4/3 et de 3/2 et se résout dans les mêmes nombres. Ainsi τίθεσθαί τε ἐκ τοῦ ἐπιτρίτου τε καὶ ἡμιολίου καὶ εἰς τούτους διαιρεῖσθαι · τῶν μὲν γὰρ ϛ΄ τὰ η΄ ἐπίτριτα, τῶν δὲ η΄ τὰ ιβ΄ ἡμιόλια · καὶ γίνεται τὰ ιβ΄ τῶν ϛ΄ διπλάσια · ϛ΄ η΄ ιβ΄. πάλιν δὲ ὁ τῶν ιβ΄ πρὸς τὸν ϛ΄ λόγος διπλάσιος διαιρεῖται εἴς τε τὸν ἐπίτριτον λόγον τῶν ιβ΄ πρὸς τὰ θ΄ καὶ εἰς τὸν ἡμιόλιον τῶν θ΄ πρὸς τὰ ϛ΄.

ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ διὰ πέντε τοῦ διὰ τεσσάρων ὑπερέχει τόνῳ, τὸ μὲν γὰρ διὰ πέντε τριῶν τόνων ἐστὶ καὶ ἡμιτονίου, ὁ δὲ τόνος ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ, φαίνεται καὶ τὸ ἡμιολίον τοῦ ἐπιτρίτου ὑπερέχειν [ἐν] ἐπογδόῳ · ἀπὸ γὰρ ἡμιολίου λόγου οἷον τοῦ τῶν θ΄ πρὸς τὰ ϛ΄ ἀφαιρεθέντος τοῦ <ἐπιτρίτου> λόγου τῶν η΄ πρὸς τὰ ϛ΄ λείπεται λόγος ἐπόγδοος ὁ τῶν θ΄ πρὸς τὰ η΄ · καὶ πάλιν τούτῳ τῷ λόγῳ προστεθέντος ἐπιτρίτου λόγου τοῦ τῶν ιβ΄ πρὸς θ΄ συμπληροῦται λόγος· ἡμιόλιος τῶν ιβ΄ πρὸς τὰ η΄.

καὶ μὴν ἐπεὶ τὸ μὲν διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ λόγῳ, τὸ δὲ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ, τὸ ἐξ ἀμφοῖν ἐν λόγῳ τῶν η΄ πρὸς τὰ γ΄ · τῶν μὲν γὰρ γ΄ ἐπίτριτα τὰ δ΄, τούτων δὲ διπλάσια τὰ η΄. τὸ δὲ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ἐν λόγῳ τριπλασίονι · ὁ γὰρ ἡμιόλιος καὶ διπλάσιος συντιθέμενοι τοῦτον ποιοῦσιν · ἡμιόλιος μὲν γὰρ ὁ τῶν θ΄ πρὸς τὰ ϛ΄, διπλάσιος δὲ ὁ τῶν ιη΄ πρὸς τὰ θ΄ · καὶ γίνεται τριπλάσιος ὁ λόγος τῶν ιη΄ πρὸς τὰ ϛ΄.

η΄ — δ΄ — γ΄	ιη΄ — θ΄ — ϛ΄
διὰ πασῶν · διὰ δ΄	διὰ πασῶν · διὰ ε΄
διὰ πασῶν καὶ διὰ δ΄	διὰ πασῶν καὶ διὰ ε΄
διπλάσιος καὶ δισεπίτριτος	τριπλάσιος

ὁμοίως δὲ τὸ δὶς διὰ πασῶν ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ · οὗτος γὰρ σύγκειται ἐκ δύο διπλασίων · τῶν μὲν γὰρ ϛ΄ διπλάσια τὰ ιβ΄, τούτων δὲ τὰ κδ΄, ταῦτα δὲ [τὰ] τετραπλάσια τῶν ϛ΄. ἢ μᾶλλον, ὡς κατ᾽ ἀρχὰς ἐδείξαμεν, ἐπισυντεθεὶς ὁ τριπλάσιος ἐπιτρίτῳ ποιεῖ τετραπλάσιον · ἔστι δὲ τοῦ μὲν διὰ πασῶν καὶ

8 est les 4/3 de 6 et 12 est les 3/2 de 8, or 12 est le double de 6 : on a les nombres 6, 8, 12. De même, la raison 2 de 12 à 6 se décompose en deux, le rapport sesquitierce (4/3) de 12 à 9 et le rapport sesquialtère (3/2) de 9 à 6.

Comme la quinte surpasse d'un ton la consonance de quarte, puisqu'elle se compose de trois tons et demi, le ton étant dans le rapport sesquioctave (9/8), on trouve que le rapport sesquialtère (3/2) surpasse aussi le rapport sesquitierce (4/3) de la raison sesquioctave (9/8); en effet, si de la raison sesquialtère, comme de 9 à 6, on retranche la raison sesquitierce de 8 à 6, le reste est la raison sesquioctave de 9 à 8 *. Si de même on ajoute à celle-ci la raison sesquitierce de 12 à 9, on complète la raison sesquialtère de 12 à 8 *.

Comme la consonance d'octave est en raison double et la consonance de quarte en raison sesquitierce (4/3), la somme des deux donne la raison de 8 à 3, car 4 est à 3 dans le rapport sesquitierce et le double de 4 est 8 *.

La quinte de l'octave est en raison triple, le rapport sesquialtère ajouté à 2 donne, en effet, cette raison, car le rapport de 9 à 6 est sesquialtère et le rapport de 18 à 9 est double, ce qui donne la raison triple pour rapport de 18 à 6 *.

$$\underbrace{\underbrace{8 \qquad\qquad 4}_{\text{octave} = 2}\underbrace{\qquad\qquad 3}_{\text{quarte} = 4/3}}_{\text{octave et quarte} = 2 + 2/3} \qquad \underbrace{\underbrace{18 \qquad\qquad 9}_{\text{octave} = 2}\underbrace{\qquad\qquad 6}_{\text{quinte} = 3/2}}_{\text{octave et quinte} = 3}$$

La double octave est pareillement en raison quadruple, car elle se compose de deux raisons doubles : le double de 6 est 12 et le double de 12 est 24 qui est quadruple de 6; ou

12 On a $9/6 : 8/6 = 9/8$. — 14 On a $9/8 \times 12/9 = 12/8 = 3/2$. — 18 On a $2 \times 4/3 = 8/3 = 2 + 2/3$. — 22 On a $9/6 \times 18/9 = 18/6 = 3$.

διὰ πέντε τριπλάσιος ὁ λόγος, τοῦ δὲ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτος· ἐξ ἀμφοῖν δὲ τούτοιν τὸ δὶς ἐστι διὰ πασῶν· εἰκότως οὖν τοῦτο ἐν λόγῳ φαίνεται τετραπλασίῳ· τῶν μὲν γὰρ ϛʹ τριπλάσια τὰ ιηʹ, τούτων δὲ ἐπίτριτα τὰ κδʹ, ἅτινά ἐστι τετραπλάσια τῶν ϛʹ. καὶ πάλιν τῶν μὲν ϛʹ ἐπίτριτα τὰ ηʹ, τούτων δὲ τριπλάσια τὰ κδʹ, ἅ ἐστι τετραπλάσια τῶν ϛʹ. καὶ τὰ ἐκ τούτων δὲ συντιθέμενα ἐν τούτοις εὑρεθήσεται τοῖς λόγοις, ἐφ' ὅσον ἂν προαγάγωμεν τὰ συστήματα.

ὁ δὲ Πλάτων καὶ γένος διάτονον καὶ συστήματος μέγεθος ἐπὶ τὸ τετράκις διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε καὶ τόνον προαγήοχεν. εἰ δὲ λέγοι τις, φησὶν ὁ Ἄδραστος, ὡς οὐ δέον ἐπὶ τοσοῦτον ἐκτεῖναι, Ἀριστόξενος μὲν γὰρ ἐπὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων τὸ τοῦ καθ' αὑτὸν πολυτρόπου διαγράμματος πεποίηται μέγεθος, οἱ δὲ νεώτεροι τὸ πεντεκαιδεκάχορδον τρόπον μέγιστον ἐπὶ τὸ δὶς διὰ πασῶν [καὶ τόνον] διεστηκός, ῥητέον, φησίν, ὡς ἐκεῖνοι μὲν πρὸς τὴν ἡμετέραν χρῆσιν ὁρῶντες οὕτως ἐποίουν, ἡγούμενοι μὴ πλεῖόν τι τούτων δύνασθαι μήτε τοὺς ἀγωνιζομένους φθέγγεσθαι μήτε τοὺς ἀκούοντας εὐγνώστως κρίνειν.

Πλάτων δὲ πρὸς τὴν φύσιν ὁρῶν, ἐπειδὴ τὴν ψυχὴν ἀνάγκη συνισταμένην καθ' ἁρμονίαν μέχρι τῶν στερεῶν προάγειν ἀριθμῶν καὶ δυσὶ συναρμόζεσθαι μεσότησιν, ὅπως διὰ παντὸς ἐλθοῦσα τοῦ τελείου στερεοῦ κοσμικοῦ σώματος πάντων ἀντιληπτικὴ γενήσεται τῶν ὄντων, καὶ τὴν ἁρμονίαν αὐτῆς μέχρι τούτου προαγήοχε, τρόπον τινὰ καὶ κατὰ τὴν αὐτῆς φύσιν ἐπ' ἄπειρον δυναμένην προϊέναι

15 τὸ δὶς διὰ πασῶν Boulliau] τὸ τρὶς διὰ πασῶν Hiller, et Proclus *In Timaeum*, p. 192, l. 15, éd. de Basle, 1534.

plutôt, d'après ce que nous avons dit au commencement, la raison triple ajoutée à la raison sesquitierce donne la raison quadruple. Or la raison d'octave et quinte est 3, celle de quarte est sesquitierce (4/3) et c'est des deux que se compose la double octave. C'est donc justement qu'on voit ici la consonance quadruple, car le triple de 6 est 18 dont les 4/3 sont 24 qui est le quadruple de 6. De même le rapport de 8 à 6 est sesquitierce et le triple de 8 est 24 qui est le quadruple de 6. On peut pousser ces notions aussi loin qu'on voudra, on trouvera toujours les mêmes rapports résultant de la composition des consonances *.

Platon a conduit le genre diatonique et l'étendue de ce système jusqu'à la quatrième octave avec une quinte en plus et un ton *. Que si quelqu'un objecte, dit Adraste, qu'il ne faut pas pousser si loin le calcul, puisque Aristoxène a limité à la double octave et quinte l'étendue du diagramme qui représente les différents modes, et que les modernes ont le pentédécacorde (lyre à 15 cordes) dont l'étendue la plus considérable ne contient que la double octave [avec un ton de plus], je réponds, poursuit-il, que ces derniers ne considérant que le point de vue pratique, ont réglé les choses de cette manière, parce qu'ils étaient persuadés que ceux qui concourent pour le prix du chant, ne peuvent pousser la voix au-delà de ces limites, et que, d'ailleurs, les auditeurs ne pourraient plus distinguer facilement les sons.

Platon, au contraire, considérant la nature des choses et l'âme qui se compose nécessairement d'harmonie, prolonge le calcul jusqu'aux nombres solides (8 et 27) et joint les termes par deux moyennes, afin de pouvoir embrasser complètement tout ce qui compose le corps solide du monde ; et il en étend jusqu'à ce point l'harmonie qui, selon sa nature, peut aller à l'infini.

11 Voyez la note IX. — 14 Voy. la note X.

φησὶ δ' ὅτι καὶ τοὺς μείζονας ἀριθμοὺς τοῖς βαρυτέροις φθόγγοις οἰκεῖον ἀποδιδόναι, κἂν ἐπ' ἐνίων δόξῃ τάσεων διαφωνεῖν, οἷον ἐπὶ τῆς τάσεως τῆς γινομένης διὰ τῆς ἐξαρτήσεως τῶν βαρῶν. δύο γὰρ ἴσων τό τε μῆκος καὶ πάχος χορδῶν καὶ τἆλλα ὁμοίων τὸ πλεῖον βάρος διὰ τὴν πλείω τάσιν τὸν ὀξύτερον ποιήσει φθόγγον. ἐπεὶ γὰρ τὸ πλεῖον βάρος πλείω τάσιν ποιεῖ, πλείονα τὴν ἔξωθεν προσδίδωσι δύναμιν τῷ κατ' αὐτὸν ὀξυτέρῳ φθόγγῳ, ἐλάττονα διὰ τοῦτ' ἔχοντι τὴν ἰδίαν ἰσχὺν τοῦ ἐξαρτήματος. δῆλον ὡς ἀντεστραμμένως ὁ βαρύτερος, τὴν οἰκείαν αὐτοῦ δύναμιν πλείω κεκτημένος τοῦ ἐξαρτήματος, ἐπαρκεῖ πρὸς τὸ σώζειν τὴν οἰκείαν ἁρμονίαν τε καὶ συμφωνίαν. ὥστε τὸν μείζω ἀριθμὸν τῇ πλείονι νεμητέον δυνάμει. ὁμολογεῖ δὲ τούτοις καὶ τὰ ἄλλα. πάλιν γὰρ τὰ μήκη καὶ τὰ πάχη δυσκινησίαν προσάπτοντα ταῖς χορδαῖς ἀσθένειαν παρασκευάζει, ὡς μὴ ῥᾳδίως κινεῖσθαι μηδὲ θᾶττον πλήττειν τὲ καὶ εἰδοποιεῖν πλείονα ὄντα τὸν πέριξ ἀέρα.

δῆλον οὖν [ὅτι] ὡς οἱ βαρύτεροι φθόγγοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν κατὰ τὸν πλείω κέκτηνται ἀριθμόν. ὅμοια δὲ ἔστιν εὑρεῖν καὶ ἐπὶ τῶν ἐμπνευστῶν ὀργάνων. καὶ γὰρ τῶν ἐν τούτοις φθόγγων οἱ βαρύτεροι, διὰ τὸ μῆκος καὶ τὴν εὐρύτητα τῶν τρημάτων. πλέον εἰδοποιοῦντες τὸν ἀέρα ἢ νὴ Δία τὴν ἄνεσιν τοῦ πνεύματος ὡς ἐπὶ σάλπιγγος ἢ τῆς ἀρτηρίας, ἀτονώτεροι καὶ ἀσθενέστεροι γινόμενοι τὴν αὐτῶν οἰκείαν δύναμιν ἔχουσι φύσει πλείονα.

κυριωτάτη δὲ πασῶν, φησίν, ἡ διὰ τεσσάρων συμφωνία · ἐκ γὰρ ταύτης καὶ αἱ λοιπαὶ εὑρίσκονται. ἡ δὲ διὰ πέντε τόνῳ τοῦ διὰ τεσσάρων διενήνοχεν.

Τί ἐστι λεῖμμα

ιδ. ἀμέλει τὸν τόνον οὕτως ὁρίζονται · τὸ ἀπὸ τοῦ διὰ

Il dit de plus qu'il est convenable d'attribuer les plus grands nombres aux sons les plus graves, quoique cela ne paraisse pas convenir à certaines tensions, par exemple à la tension qui se fait par la suspension des poids. En effet, de deux cordes égales en longueur et en grosseur, et semblables du reste, celle qui soutiendra le plus grand poids produira le son le plus aigu, à cause de la tension plus grande, car le plus grand poids, produisant une plus forte tension, donne extrinsèquement une plus grande force au son plus aigu par lui-même qui a, d'après cela, une force moindre que le poids suspendu. Au contraire, il est évident qu'un son plus grave, possédant par lui-même une force plus grande que le poids suspendu, se suffit à lui-même pour retenir sa propre harmonie et sa consonance ; en sorte que le plus grand nombre doit être attribué à la plus grande force. Cela s'accorde avec le reste, car les longueurs et les grosseurs des cordes, ralentissant le mouvement, les rendent impuissantes et les empêchent de vibrer facilement et de frapper rapidement l'air qui les entoure.

Il est donc évident que les sons les plus graves ont leur force propre selon le nombre le plus grand. On trouve la même chose avec les instruments à vent, car dans ces instruments les sons les plus graves résultent de leur longueur et de la largeur des trous qui font mettre en mouvement une plus grande quantité d'air ; ils résultent aussi de la diminution du souffle, comme dans la trompette et dans l'organe vocal où les sons faibles et tempérés ont une force propre plus grande.

La première de toutes les consonances, dit Platon, est la quarte, car c'est par elle qu'on trouve toutes les autres ; la quinte n'est séparée de la quarte que par l'intervalle d'un ton.

Du limma

XIV. On peut définir le ton l'intervalle qui sépare la πέντε ἐπὶ τὸ διὰ τεσσάρων διάστημα. εὑρίσκεται δὲ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε τὸ διὰ πασῶν · σύγκειται γὰρ ἐκ τοῦ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε.

οἱ δὲ παλαιοὶ πρῶτον διάστημα τῆς φωνῆς ἔλαβον τὸν τόνον, ἡμιτόνιον δὲ καὶ δίεσιν οὐχ ἡγοῦντο. ὁ δὲ τόνος εὑρίσκετο ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ ἔν τε δίσκων κατασκευαῖς καὶ ἀγγείων καὶ χορδῶν καὶ αὐλῶν καὶ ἐξαρτήσεων καὶ ἄλλων πλειόνων · τὰ γὰρ η′ πρὸς τὰ θ′ ἐποίει τονιαίου ἀκούειν διαστήματος. διὰ τοῦτο δὲ πρῶτον διάστημα ὁ τόνος, ὅτι μέχρι τούτου καταβαίνουσα ἡ φωνὴ τοῦ διαστήματος ἀπλανῆ τὴν ἀκοὴν φυλάσσει. τὸ δὲ μετὰ τοῦτο οὐκέτι οἵα τε ἡ ἀκοὴ πρὸς ἀκρίβειαν λαβεῖν τὸ διαστήμα. ἀμέλει περὶ τοῦ ἐφεξῆς διαστήματος καλουμένου ἡμιτονίου διαφέρονται, τῶν μὲν τέλειον ἡμιτόνιον αὐτὸ λεγόντων, τῶν δὲ λεῖμμα. συμπληροῦται δὲ τὸ διὰ τεσσάρων, ὅ ἐστιν ἐπίτριτον, τῷ τόνῳ, τουτέστι τῷ ἐπογδόῳ διαστήματι, οὕτω.

συμφωνεῖται γὰρ παρὰ πᾶσι τὸ διὰ τεσσάρων μεῖζον μὲν εἶναι διτόνου, ἔλαττον δὲ τριτόνου. ἀλλ' Ἀριστόξενος μέν φησιν ἐκ δυό ἡμίσους τόνων αὐτὸ συγκεῖσθαι τελείων, Πλάτων δὲ ἐκ δύο τόνων καὶ τοῦ καλουμένου λείμματος. τὸ δὲ λεῖμμα τοῦτό φησιν ἀκατονόμαστον εἶναι, ἐν λόγῳ δὲ εἶναι ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ὃν ἔχει τὰ σνς′ πρὸς σμγ′. τὸ δὲ διάστημα τοῦτό ἐστι, καὶ ἡ ὑπεροχὴ ιγ′.

εὑρεθήσεται δὲ οὕτως. τὰ μὲν ς′ οὐκ ἂν εἴη πρῶτος ὅρος, ἐπειδὴ οὐκ ἔχει ὄγδοον, ἵνα ὑπ' αὐτοῦ γένηται ἐπόγδοος. οὐδὲ μὴν ἱ η′ · καὶ γὰρ εἰ ἔχει ἐπόγδοον τὸν θ′, πάλιν ὁ θ′ οὐκ ἔχει ἐπόγδοον. δεῖ δὲ ἐπογδόου ἐπόγδοον λαβεῖν, ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐπίτριτον μεῖζόν ἐστι διτόνου. λαμβάνομεν οὖν τὸν πυθμένα τὸν ἐπόγδοον τὸν η′ καὶ θ′, καὶ τὰ η′ ἐφ' ἑαυτά,

11 οὐκέτι] ἔτι conj. J D. — 15 οὔτω] οὔπω conj. J D.

quinte de la quarte. On trouve que l'octave est la somme de la quarte et de la quinte, car elle se compose de ces deux consonances.

Les anciens prenaient le ton pour premier intervalle de la voix, sans tenir compte du demi-ton et du diésis. Ils ont trouvé que le ton est en raison sesquioctave (9/8). Ils l'ont démontré avec des disques, des vases, des cordes, des tuyaux, des poids suspendus, et de plusieurs autres manières. C'était toujours le rapport de 8 à 9 qui permettait à l'oreille de discerner l'intervalle d'un ton. Le premier intervalle (contenu dans la quarte) est donc le ton; la voix, en franchissant cet intervalle, donne à l'oreille une sensation fixe et bien déterminée. L'oreille peut encore saisir avec précision l'intervalle suivant. Quant à l'intervalle qui vient après et qu'on appelle demi-ton, les uns disent que c'est un demi-ton parfait, les autres disent que c'est un limma (un reste). La consonance de quarte qui est en raison sesquitierce (4/3), n'est donc pas complétée par un ton, c'est-à-dire par un intervalle sesquioctave (9/8).

Tous conviennent que l'intervalle de quarte est supérieur à deux tons et inférieur à trois tons. Aristoxène dit qu'il se compose de deux tons et demi parfaits, tandis que Platon dit que cet intervalle est de deux tons et un reste, et il ajoute que ce reste (limma) n'a pas de nom, mais qu'il est dans le rapport de nombre à nombre, qui est celui de 256 à 243 *. Tel est le limma, la différence des termes est 13.

Voici la méthode dont on s'est servi pour trouver ce rapport : le premier terme ne saurait être 6, puisqu'il n'est pas divisible par 8 et qu'on doit en prendre les 9/8. Il ne saurait non plus être 8, car si les 9/8 de 8 sont 9, on ne saurait prendre ensuite les 9/8 de 9, et il faut prendre les 9/8 des 9/8, puisque la quarte qui est dans le rapport sesquitierce

25 Cf. le *Timée* p. 36 B. Plutarque, *De la Création de l'âme dans le Timée* 16-17. Macrobe, *Commentaire du songe de Scipion,* II, 1.

εὑρίσκομεν ξδ΄, εἶτα τὰ η΄ ἐπὶ τὰ θ΄, καὶ γίνεται οβ΄, εἶτα τὰ θ΄ ἐφ' ἑαυτά, καὶ γίνεται πα΄ · η΄ θ΄ ξδ΄ οβ΄ πα΄ · εἶτα πάλιν τούτων ἕκαστον ληφθήτω τρίς, καὶ ἔσται τὰ μὲν ξδ΄ τρὶς ρϟβ΄, τὰ δὲ οβ΄ τρὶς σις΄, τὰ δὲ πα΄ τρὶς σμγ΄ · η΄ θ΄ ξδ΄ οβ΄ πα΄ ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄ · εἶτα προστίθεμεν τοῖς σμγ΄ ἀπὸ τῶν ρϟβ΄ ἐπίτριτον τὸν σνς΄ · ὥστε εἶναι τὴν ἔκθεσιν τοιαύτην · ἐπόγδοος πυθμὴν θ΄ η΄, δεύτεροι ἐπόγδοοι ξδ΄ οβ΄ πα΄, τρίτοι ἐπόγδοοι ἀλλήλων δύο ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄, κείσθω καὶ ὁ τοῦ ρϟβ΄ ἐπίτριτος ὁ σνς΄, ἔσται τοῦτο τὸ ἐπίτριτον συμπεπληρωμένον ὑπὸ δύο τόνων καὶ τοῦ εἰρημένου λείμματος.

ρϟβ΄ σις΄ σμγ΄ σνς΄

τόνος ἐπόγδοος | τόνος ἐπόγδοος | λεῖμμα

ἐπίτριτος διὰ δ΄

ἔνιοι δὲ πρῶτον ὅρον λαμβάνουσι τὸν τπδ΄. ἵνα γὰρ δύο λάβωσιν ἐπογδόους, τὸν πρῶτον ὅρον τὸν ς΄ ὀκταπλασιάσαντες ποιοῦσι μη΄, καὶ ταῦτα πάλιν ὀκτάκις τπδ΄, οὗ ἐπίτριτος ὁ φιβ΄. μεταξὺ δὲ τούτων δύο ἐπόγδοα, τοῦ μὲν τπδ΄ υλβ΄, τούτου δὲ υπς΄, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰ φιβ΄ ὁ λειμματιαῖος γίνεται λόγος.

τπδ΄ υλβ΄ υπς΄ φιβ΄

τόνος ἐπόγδοος | τόνος ἐπόγδοος | λεῖμμα

ἐπίτριτος διὰ δ΄

τινὲς δέ φασι μὴ ὀρθῶς εἰλῆφθαι τούτους τοὺς ἀριθμούς · τὴν γαρ ὑπεροχὴν τοῦ τετάρτου ὅρου πρὸς τὸν τρίτον μὴ γίνεσθαι ιγ΄, ὅσα Πλάτων εἴρηκε δεῖν ἔχειν τὸ λεῖμμα. οὐδὲν δὲ κωλύει καὶ ἐφ' ἑτέρων ἀριθμῶν τὸν αὐτὸν εὑρίσκειν λόγον surpasse le double ton. Nous prenons donc le fond sesquioctave, 8 et 9 ; or, 8 multiplié par lui-même, donne 64 et 9×8 donne 72 ; enfin, 9, multiplié par lui-même, donne 81. Nous avons donc [8, 9], 64, 72, 81. Si maintenant on multiplie chacun de ces nombres par 3 *, on a $64 \times 3 = 192$; $72 \times 3 = 216$; $81 \times 3 = 243$; en sorte que nous avons [8, 9, 64, 72, 81], 192, 216, 243. Après 243, plaçons $192 \times 4/3$ ou 256 et nous aurons la série des termes suivants :

le fond sesquioctave	8,	9,	
les seconds sesquioctaves	64,	72,	81,
les troisièmes sesquioctaves	192,	216,	243.

Si on ajoute les 4/3 de 192 ou 256, la consonance de quarte (4/3) sera complétée par deux tons et le limma dont nous avons parlé.

$$\underbrace{192\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{ton}\,=\,9/8}\ 216\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{ton}\,=\,9/8}\ 243\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{limma}\,=\,256/243}\ 256}_{\text{quarte}\,=\,4/3}$$

Il y en a quelques-uns qui choisissent pour premier terme le nombre 384, afin de pouvoir en prendre deux fois de suite les 9/8. Ils multiplient le terme 6 par 8, ce qui donne 48, et en multipliant ce nombre de nouveau par 8, ils ont pour produit 384 dont les 4/3 égalent 512. Entre ces deux termes se trouvent deux sesquioctaves ; car $384 \times 9/8 = 432$ et $432 \times 9/8 = 486$ qui, avec 512, donne le rapport de limma.

$$\underbrace{384\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{ton}\,=\,9/8}\ 432\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{ton}\,=\,9/8}\ 486\ \underbrace{\qquad\qquad}_{\text{limma}\,=\,256/243}\ 512}_{\text{quarte}\,=\,4/3}$$

Quelques-uns disent que ces nombres ne sont pas pris convenablement, attendu que l'excès du quatrième terme

5. On multiplie par 3, afin de pouvoir prendre les 4/3 du premier terme pour obtenir le nombre qui correspond à la consonance de quarte.

ὡς ἔχει τὰ σνϛ´ πρὸς τὰ σμγ´, οὐ γὰρ ἀριθμὸν ὡρισμένον ἔλαβεν ὁ Πλάτων, ἀλλὰ λόγον ἀριθμοῦ. ὃν δὲ ἔχει λόγον τὰ σνϛ´ πρὸς σμγ´, τοῦτον καὶ τὰ φιϐ´ πρὸς τὰ υπϛ´ · τὰ γὰρ φιϐ´ τῶν σνϛ´ διπλάσια καὶ τὰ υπϛ´ τῶν σμγ´. ὅτι δὲ τοῦτο τὸ διάστημα τὸ τῶν σνϛ´ πρὸς σμγ´, τουτέστι τὰ ιγ´, ἔλαττόν ἐστιν ἡμιτονίου, δῆλον. τοῦ γὰρ τόνου ἐπογδόου ὄντος τὸ ἡμιτόνιον δὶς ἐπόγδοον ἔσται, τουτέστιν ἐφεκκαιδέκατον. τὰ δὲ ιγ´ τῶν σμγ´ ἐστιν ἐν λόγῳ πλείονι ὀκτωκαιδεκάτου, ὅ ἐστι μέρος ἔλαττον ἑκκαιδεκάτου.

οὐδὲ γὰρ οἷόν τε τὸ ἐπόγδοον διαίρεσιν ἐπιδέξασθαι, εἰ καὶ οἱ μὴ λόγῳ ἀλλὰ τῇ ἀκοῇ ταῦτα κρίνοντες νομίζουσιν. ἀμέλει τοῦ ἐπογδόου πυθμένος τὸ διάστημα τουτέστι τῶν θ´ πρὸς τὰ η´ ἡ μονὰς οὐ τέμνεται.

ιε. τὸ δὲ λεγόμενον λεῖμμα εἴ τις ἐρωτῴη τίνος ἐστὶ λεῖμμα, δεῖ εἰδέναι ὅτι ἐστὶ τοῦ διὰ τεσσάρων · τῷ γὰρ διὰ τεσσάρων λείπει πρὸς τὸ γενέσθαι δύο ἥμισυ τόνων τελείων.

εὑρέθη δὲ ὁ τόνος οὕτως. ἐπειδὴ τὸ διὰ τεσσάρων ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ ἐφάνη ὄν, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, ἐλήφθη ἀριθμὸς ὁ πρῶτος ἔχων ἥμισυ καὶ τρίτον · ἔστι δὲ οὗτος ὁ ϛ´. τούτου ἐπίτριτος μέν ἐστιν ὁ η´, ἡμιόλιος δὲ ὁ θ´. ϛ´ η´ θ´. τὸ δὴ διάστημα τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμιολίου ἐπὶ τὸ ἐπίτριτον εὑρέθη ἐν λόγῳ μὲν ἐπογδόῳ · τὰ γὰρ θ´ τῶν η´ ἐπόγδοα · ἡ δὲ τάσις ἐλέχθη τόνος.

ιϛ. ὅτι δὲ ὁ τόνος δίχα οὐ διαιρεῖται δῆλον οὕτω. πρῶτον μὲν ὁ ἐπόγδοος πυθμὴν τὸ διάστημα ἔχει μονάδα, ἥτις ἀδιαί-

5 τουτέστι τὰ ιγ´] καὶ ἡ ὑπεροχὴ ιγ´? J D. cf. p. 108, l. 22. — 6-7 δὶς ἐπόγδοον] ϛ´´ ἐπόγδοου? J D. — 8 πλείονι] ἐλάττονι J D. — 24 Titre : ὅτι ὁ τόνος δίχα οὐ τέμνεται (que le ton ne peut être divisé en deux parties égales).

sur le troisième n'est pas 13, nombre que Platon a dit devoir être celui du limma. Mais rien n'empêche que nous ne trouvions dans d'autres nombres le même rapport qui existe entre 256 et 243; car Platon n'a pas pris un nombre déterminé, mais seulement la raison du nombre. Or, le rapport qui existe entre 256 et 243 est le même qu'entre 512 et 486, puisque 512 est le double de 256 et 486 le double de 243. Il est manifeste que cet intervalle des nombres 256 et 243, dont la différence est 13, est moindre que le demi-ton, car le ton étant $1 + 1/8$, le demi-ton sera la moitié de $1 + 1/8$, c'est-à-dire $1 + 1/16$. Or, $13/243$ est un rapport moindre que $1/18$, rapport qui est lui-même moindre que $1/16$ *.

Il n'est d'ailleurs pas possible de partager la raison $1 + 1/8$ en deux parties égales, quoique quelques-uns le croient possible, jugeant cette question, non par le raisonnement, mais par l'oreille. Le fond de l'intervalle sesquioctave étant le rapport de 9 à 8 *, la différence des termes qui est l'unité n'est assurément pas divisible.

XV. Si quelqu'un demande, au sujet du limma, à quelle consonance il appartient, nous lui dirons qu'il faut le considérer comme appartenant à la quarte; car c'est lui qui fait que la quarte est moindre que deux tons et demi parfaits.

Or, voici comment le ton a été trouvé. La quarte étant dans le rapport $4/3$, et la quinte dans le rapport $3/2$, on a pris le premier nombre divisible à la fois par 2 et par 3. Ce nombre est 6 dont les $4/3$ égalent 8 et les $3/2$ égalent 9. On a 6, 8, 9, et l'excès de l'intervalle $3/2$ sur l'intervalle $4/3$ est $9/8$, car 9 est les $9/8$ de 8. On a donné à cette tension le nom de ton.

XVI. Il est manifeste que le ton ne peut être divisé en deux parties égales. Et d'abord, le fond sesquioctave $9/8$ a

12 La moitié du ton $(1 + 1/8)$ n'est pas $1 + 1/16)$. Voy. la note XI. — 17 Le fond d'un rapport est ce rapport réduit à sa plus simple expression. Voy. II, xxix, p. 131.

ρετος. εἶτα ἐν μὲν ἀριθμῷ οὐκ ἀεὶ εἰς ἴσα τέμνεται τὸ ἐπόγδοον διάστημα. καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν σις´ πρὸς σμγ´ ἡ ὑπεροχὴ κζ´ οὐ τέμνεται εἰς ἴσα, ἀλλὰ εἰς ιγ´ καὶ εἰς ιδ´ · μονὰς γὰρ οὐ διαιρεῖται. ἐπεὶ δὲ ὁ τόνος ὁ μέν τις νοήσει λαμβάνεται, ὁ δὲ ἐν ἀριθμοῖς, ὁ δὲ ἐν διαστήμασιν, ὁ δὲ δι' ἀκοῆς ἐν φωναῖς, οὔτε <ὁ> ἐν ἀριθμοῖς εἰς ἴσα ἀεὶ τέμνεται, ὡς δέδεικται, οὔτε ὁ ἐν αἰσθητοῖς καὶ ὁρατοῖς διαστήμασιν.

ἐπὶ γὰρ τοῦ κανόνος αἰσθητὸς ὢν ὁ ὑποβολεὺς πάντως ἕξει τι πλάτος καὶ οὐκ ἔσται οὕτως ἀπλατής, ὡς μὴ πάντως τι ἐπιλαβεῖν ἐν τῇ διαιρέσει τοῦ τόνου καὶ τοῦ πέρατος τοῦ πρώτου μέρους καὶ τῆς πρώτης ἀρχῆς τοῦ δευτέρου, καὶ διὰ τοῦτο ἀπαναλωθήσεταί τι τοῦ τόνου. ἔτι ἐν ταῖς διαιρέσεσι τρία ἐστί, δύο μὲν τὰ διαιρούμενα, τρίτον δὲ τὸ ἐξαιρούμενον. τῶν δὲ διαιρουμένων ἀπ' αὐτῆς τῆς διαιρέσεως ὡς ἐπὶ πρίονος ἐν τῇ τομῇ ἀναλοῦταί τι τὸ ἐξαιρούμενον ὑπ' αὐτῆς τῆς τομῆς. ὡς οὖν ἐπ' ἐνίων αἰσθητῶν ἐξαιρεῖταί τι, οὕτω καὶ ἐπὶ πάντων κἂν ἐκφεύγῃ τὴν αἴσθησιν πάντως ἀναλωθήσεταί τι ἐν τῇ τομῇ.

δόρυ γοῦν ἢ κάλαμον ἢ ἄλλο ὁτιοῦν αἰσθητὸν μῆκος ἂν πρὶν ἢ διελεῖν μετρήσῃς, ἔπειτα διέλῃς εἰς πολλὰ μέρη, εὑρήσεις τὸ τῶν διαιρουμένων πάντων κοινὸν μέτρον ἔλαττον ὂν τοῦ ὅλου πρὶν ἢ διῃρῆσθαι. ἔτι χορδὴν ἂν διέλῃς, εἶτα διακόψῃς, ἡ ἔκτασις μετὰ τὴν διακοπὴν ἀνέδραμε, κἂν πάλιν τὰ διακοπέντα τείνῃς, ἀνάγκη ἀφῃρῆσθαί τι τοῦ μεγέθους εἰς τὰς ἐξάψεις

4 μέν τις] μὲν τῇ conj. Hultsch.

pour différence des termes l'unité qui est indivisible ; et puis, cet intervalle étant exprimé en nombres quelconques, la différence des termes ne peut pas toujours se diviser en deux parties égales : ainsi, la différence 27 des termes du rapport de 216 à 243 n'est pas susceptible de la division en deux parties égales, mais en deux nombres qui sont 13 et 14, car l'unité n'est pas divisible. Tantôt nous saisissons le ton par l'opération de l'intelligence, tantôt nous le cherchons dans les nombres et les intervalles, tantôt enfin nous le percevons par l'oreille dans la voix, et nous savons qu'il n'est pas toujours divisible en deux parties égales, soit dans les nombres, ainsi que nous venons de le montrer, soit dans les intervalles sensibles et visibles.

C'est comme dans le canon harmonique : le chevalet qui est sensible a, quoiqu'on fasse, une certaine largeur et ne peut être tellement privé d'épaisseur que, dans le partage du ton, il n'intercepte absolument rien de l'extrémité de la première partie et du commencement de la seconde, de sorte qu'il y aura toujours une certaine partie du ton qui sera absorbée. Dans les partages il y a donc trois choses : les deux divisions et la partie retranchée (par le chevalet). Par l'acte même de la division, une partie de ce qui est divisé se trouve détruite, comme on le voit quand on coupe quelque chose avec une scie. Comme dans certaines choses sensibles, il se perd quelques particules, il en est de même dans toutes les autres choses, quand on fait une section, bien que nos sens ne nous en rendent pas témoignage.

Si, par exemple, avant de diviser une règle en bois, un roseau ou tout autre objet long, vous le mesurez, et qu'ensuite vous le divisiez en plusieurs parties, vous trouverez la longueur de toutes les parties réunies moindre que la longueur de l'objet avant la division. De même, si vous partagez une corde en plusieurs parties et que vous la coupiez, vous trouverez qu'après la section, le développement sera moindre, et si vous voulez tendre de nouveau toutes les parties, τῶν ἑκατέρωθεν ἁφῶν τοῦ τεινομένου, καὶ διὰ τοῦτο οὐκ ἔσται τέλεια δύο ἡμιτόνια.

οὐ μὴν οὐδ' ἐπὶ τῶν φωνῶν εὑρίσκεται εἰς ἴσα ἡ τομὴ τοῦ τόνου. μελῳδήσας γὰρ τόνον καὶ τόνον μελῳδῶ πάλιν τοῦ ἑνὸς τόνου τὰ δύο ἡμιτόνια ἐν τρισὶ φθόγγοις, δυσὶ δὲ διαστήμασιν ἀναβαίνων τῇ τάσει. ὁ δὴ τρίτος φθόγγος τοῦ δευτέρου ὀξύτερος ἔσται, καὶ διέστηκεν ἀπὸ μὲν τοῦ πρώτου τόνον, ἀπὸ δὲ τοῦ δευτέρου δοκεῖ μὲν ἡμιτόνιον, οὐ μὴν ὅμοιον ἡμιτόνιον οὐδὲ οἷον ὁ δεύτερος ἀπὸ τοῦ πρώτου · οὐ γὰρ δύναται ὅμοιον εἶναι τὸ βαρύτερον τῷ ὀξυτέρῳ. οὐδὲ γὰρ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ φθόγγου ἂν δὶς μελῳδῆσαι θέλωμεν διακόψαντες τὴν φωνήν, τὸν αὐτὸν ἦχον ἀποδώσομεν, ἀλλ' ἀνάγκη γενέσθαι τινὰ διαφοράν, ἥτις λήσει τὴν ἀκοήν.

οὐδὲ γὰρ κεντῆσαι ταὐτὸν καὶ ὅμοιον δὶς οἷόν τε, οὐδὲ πλῆξαι τὴν αὐτὴν χορδὴν δὶς ὁμοίως, ἀλλὰ ἢ λαγαρώτερον ἢ σφοδρότερον, οὐδὲ βάψαι δὶς εἰς τὸ αὐτὸ ὑγρὸν ὁμοίως, οὐδὲ βάψαντα τὸ αὐτὸ ἀνενεγκεῖν διὰ δακτύλου ἢ μέλανος ἢ μέλιτος ἢ πίττης. ὁ δὲ νοήσει ληπτὸς τόνος δύναται νοεῖσθαι καὶ εἰς ἴσα διαιρούμενος.

ιζ. περὶ δὲ τῆς ἐν ἀριθμοῖς ἁρμονίας λεκτέον ἑξῆς, ὅτι [ὁ] ὅρος ἐστὶν ὁ τὸ καθ' ἕκαστον ἀποφαίνων ἰδίωμα τῶν λεγομένων, οἷον ἀριθμός, μέγεθος, δύναμις, ὄγκος, βάρος.

Ποσαχῶς λέγεται λόγος

ιη. λόγος δὲ κατὰ μὲν τοὺς περιπατητικοὺς λέγεται πολ-

8 ὅμοιον] τέλειον? Hiller.

vous ne pourrez empêcher en les joignant par les extrémités qu'il ne se perde une partie de la longueur de la corde. Voilà pourquoi deux demi-tons ne seront jamais complets.

Et dans la voix non plus, on ne trouve pas la section du ton en deux parties égales : car, si après avoir fait entendre un ton suivi d'un autre ton, je produis deux demi-tons, au lieu d'un seul ton, par trois émissions de voix, en montant de deux intervalles, le troisième son est plus aigu que le second et il est d'un ton plus haut que le premier, tandis qu'il ne semble être au-dessus du second que d'un demi-ton ; mais ce demi-ton n'est ni égal ni semblable à celui qui se trouve entre le premier son et le second, le plus grave ne pouvant être semblable au plus aigu, et c'est en vain que nous voudrions reproduire deux fois le même son en coupant notre voix, nous donnerons la même résonance, mais il y aura toujours une différence quoique imperceptible à l'oreille.

C'est comme si l'on voulait faire deux piqûres tout à fait semblables, ou pincer également deux fois une corde, il y aura toujours une différence de force en plus ou en moins. Il en sera de même si l'on voulait plonger le doigt deux fois également dans un liquide, ou bien le plongeant dans de l'encre, du miel, de la poix, en retenir la même quantité.

Quant au ton idéal, on conçoit qu'il puisse être divisé en deux parties égales.

XVII. Nous avons à parler maintenant de l'harmonie qui est contenue dans les nombres et à expliquer ce que c'est que le terme qui, dans toute chose, montre la propriété de ce que l'on dit, par exemple, le nombre, la grandeur, la puissance, la masse, la gravité.

En combien de sens se prend le mot λόγος

XVIII. Le mot λόγος est pris en plusieurs sens par les péripatéticiens ; car on appelle ainsi le langage que les modernes nomment oral et le raisonnement mental sans λαχῶς, ὅ τε μετὰ φωνῆς προφορικὸς ὑπὸ τῶν νεωτέρων λεγόμενος καὶ ὁ ἐνδιάθετος καὶ ὁ ἐν διανοίᾳ κείμενος ἄνευ φθόγγου καὶ φωνῆς καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας, καθ' ὃν λέγεται ἔχειν λόγον τόδε πρὸς τόδε, καὶ ἡ τῶν τοῦ λόγου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῶν τιμώντων καὶ τιμωμένων, καθ' ὅν φαμεν λόγον τινὸς ἔχειν ἢ μὴ ἔχειν, καὶ ὁ τραπεζιτικὸς λόγος καὶ ὁ ἐν τῷ βιβλίῳ Δημοσθενικὸς ἢ Λυσιακὸς καὶ ὁ ὅρος ὁ τὸ τί ἦν εἶναι καὶ τὴν οὐσίαν σημαίνων, ὁριστικὸς ὤν, καὶ ὁ συλλογισμὸς δὲ καὶ ἡ ἐπαγωγὴ καὶ ὁ Λιβυκὸς καὶ ὁ μῦθος καὶ ὁ αἶνος λόγος λέγεται καὶ ἡ παροιμία, ἔτι δὲ καὶ ὁ τοῦ εἴδους καὶ ὁ σπερματικὸς καὶ ἄλλοι πλείονες.

κατὰ δὲ Πλάτωνα τετραχῶς λέγεται λόγος, ἥ τε διάνοια ἄνευ φθόγγου καὶ τὸ μετὰ φωνῆς ῥεῦμα ἀπὸ διανοίας καὶ ἡ τῶν τοῦ ὅλου στοιχείων ἀπόδοσις καὶ ὁ τῆς ἀναλογίας. νῦν δὲ πρόκειται περὶ τοῦ τῆς ἀναλογίας λόγου ζητεῖν.

Τί ἐστι λόγος ἀναλογίας

ιθ. λόγος δέ ἐστιν ὁ κατ' ἀνάλογον δυοῖν ὅρων ὁμογενῶν ἡ πρὸς ἀλλήλους [αὐτῶν] ποιὰ σχέσις, οἷον διπλάσιος, τριπλάσιος. τὰ μὲν γὰρ ἀνομογενῆ πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλά φησιν Ἄδραστος εἰδέναι ἀδύνατον · οἷον πῆχυς πρὸς μνᾶν ἢ χοίνιξ πρὸς κοτύλην ἢ τὸ λευκὸν πρὸς τὸ γλυκὺ ἢ θερμὸν ἀσύγκριτα καὶ ἀσύμβλητα · τὰ δὲ ὁμογενῆ δυνατόν, οἷον μήκη πρὸς μήκη <καὶ> ἐπίπεδα πρὸς ἐπίπεδα καὶ στερεὰ πρὸς στερεὰ καὶ βάρη πρὸς βάρη καὶ ὑγρὰ πρὸς ὑγρὰ καὶ χυτὰ πρὸς χυτὰ καὶ ξηρὰ πρὸς ξηρὰ καὶ ἀριθμοὺς πρὸς ἀριθμοὺς καὶ χρόνον πρὸς χρόνον καὶ κίνησιν πρὸς κίνησιν καὶ φωνὴν πρὸς φωνὴν καὶ

4 λόγου] ὅλου conj. J D. Voy. même p. l. 14.

émission de voix ; on appelle encore ainsi le rapport de proportion, et c'est en ce sens qu'on dit qu'il y a rapport de telle chose à telle autre ; l'explication des éléments de l'univers ; le compte des choses qui honorent ou qui sont honorées, et c'est dans cette acception que nous disons : tenir compte de quelque chose, ou n'en pas tenir compte. On appelle encore λόγος le calcul des banquiers, les discours de Démosthènes et de Lysias dans leurs œuvres écrites ; la définition des choses, qui en explique l'essence, puisque c'est à cela qu'elle sert ; le syllogisme et l'induction ; les récits libyques * et la fable. On donne aussi le nom de λόγος à l'éloge et au proverbe. C'est encore ainsi qu'on appelle la raison de la forme, la raison séminale et beaucoup d'autres.

Mais, selon Platon, on emploie le mot λόγος en quatre sens : on appelle ainsi la pensée mentale et sans parole, le discours procédant de l'esprit et exprimé par la voix, l'explication des éléments de l'univers et la raison de proportion. C'est de cette raison que nous nous proposons maintenant de parler.

De la raison de proportion

XIX. La raison de proportion de deux termes de même espèce est un certain rapport qu'ils ont entre eux, comme le double, le triple. Il est impossible, dit Adraste, de trouver un rapport entre deux choses qui ne sont pas de même espèce : ainsi on ne peut ni comparer, ni réunir la coudée (mesure de longueur) et la mine (mesure de poids), la chénice (mesure de capacité pour les choses sèches) et la cotyle (mesure de capacité pour les liquides), le blanc et le doux ou le chaud ; mais on peut comparer ensemble les choses de même espèce, comme les longueurs avec les longueurs, les surfaces avec les surfaces, les solides avec les solides, les poids avec les

10. Comme on dit : les récits ésopiques ; Libycus était un fabuliste.

χυμὸν πρὸς χυμὸν καὶ χρῶμα πρὸς χρῶμα καὶ ὅσα τοῦ αὐτοῦ γένους ἢ εἴδους ὄντα πως ἔχει πρὸς ἄλληλα.

κ. ὅρους δὲ λέγομεν τὰ ὁμογενῆ ἢ ὁμοειδῆ λαμβανόμενα εἰς σύγκρισιν, οἷον ὅταν σκεπτώμεθα τίνα λόγον ἔχει τάλαντον πρὸς μνᾶν, ὁμογενεῖς ὅρους φαμὲν τὸ τάλαντον καὶ τὴν μνᾶν, ὅτι ἀμφοῖν γένος τὸ βαρύ. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁ αὐτὸς λόγος.

κα. ἀναλογία δέ ἐστι λόγων ἡ πρὸς ἀλλήλους ποιὰ σχέσις, οἷον ὡς β´ πρὸς ἕν, οὕτως η´ πρὸς δ´.

κβ´. τῶν δὲ λόγων οἱ μέν εἰσι μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττονες, οἱ δ' ἴσοι. ὁ μὲν οὖν ἴσος εἷς καὶ ὁ αὐτὸς λόγος καὶ προηγεῖται πάντων τῶν λόγων καὶ ἔστι στοιχειώδης. ἴσοι δέ εἰσιν οἱ κατὰ τὴν αὐτὴν ποσότητα ἐξεταζόμενοι πρὸς ἀλλήλους, οἷον ἓν πρὸς ἓν καὶ β´ πρὸς β´ καὶ ι´ πρὸς ι´ καὶ ρ´ πρὸς ρ´. τῶν δὲ μειζόνων οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δὲ οὐδέτεροι. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ὑπεπιμόριοι, οἱ δ' οὐδέτεροι. τούτων δὲ οἱ μὲν ἐν συμφωνίᾳ εἰσίν, οἱ δ' οὔ.

αἱ μὲν οὖν συμφωνίαι τῶν πολλαπλασίων ὅ τε διπλάσιος καὶ ὁ τριπλάσιος καὶ ὁ τετραπλάσιος, ἐν δὲ ἐπιμορίοις ἡμιόλιος <καὶ> ἐπίτριτος, ἐν οὐδετέρῳ δὲ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς´ πρὸς σμγ´, καὶ οἱ τούτοις ὑπεναντίοι ὅ τε ὑποδιπλάσιος καὶ ὁ ὑποτριπλάσιος καὶ ὁ ὑποτετραπλάσιος καὶ ὁ ὑφημιόλιος καὶ ὁ ὑπεπίτριτος καὶ ὁ ὑπεπόγδοος καὶ ὁ τῶν σμγ´ πρὸς σνς´.

καὶ ὁ μὲν διπλάσιος ἐν τῇ διὰ πασῶν εὑρίσκεται συμφωνίᾳ,

3 Titre : τί ἐστιν ὅρος (ce que c'est que le terme). — 9 Titre : περὶ ἰσότητος (de l'égalité). — 18 αἱ μὲν οὖν συμφωνίαι] ἐν μὲν οὖν συμφωνίᾳ conj. Hiller.

poids, les liquides avec les liquides, les choses sèches avec les choses sèches, les nombres avec les nombres, le temps avec le temps, le mouvement avec le mouvement, la voix avec la voix, le suc avec le suc, la couleur avec la couleur, enfin toutes les choses de même espèce.

XX. Nous appelons termes les choses homogènes ou de même espèce, prises pour être comparées ensemble. Quand nous examinons quel rapport existe entre le talent et la mine, nous disons que ce sont des termes de même espèce, parce que l'un et l'autre sont des poids. Il en est de même des autres choses homogènes.

XXI. La proportion est une certaine liaison de rapports, telle que : 2 est à 1 comme 8 est à 4.

XXII. Les rapports sont supérieurs, inférieurs ou égaux (à l'unité). Le rapport égal est *un* et toujours le même, et il l'emporte sur tous les autres, comme étant élémentaire. Tels sont les rapports qui se comparent par la même quantité, comme 1 comparé à 1, 2 à 2, 10 à 10, 100 à 100. Parmi les rapports plus grands (que l'unité), les uns sont multiples (c'est-à-dire entiers), d'autres sont sesquipartiels, d'autres sont neutres. Parmi les rapports moindres (que l'unité), les uns sont sous-multiples, d'autres sont sous-sesquipartiels, d'autres sont neutres. Parmi ces raisons, les unes représentent les consonances, d'autres y sont étrangères.

Les raisons multiples qui représentent les consonances sont la raison double, la raison triple, et la raison quadruple; les raisons sesquipartielles sont la raison sesquialtère ($3/2 = 1 + 1/2$), et la raison sesquitierce ($4/3 = 1 + 1/3$). Parmi les neutres, on a la raison sesquioctave ($9/8 = 1 + 1/8$) et le rapport de 256 à 243. Sont opposées à ces raisons la sous-double (1/2) la sous-triple (1/3), la sous-quadruple (1/4), la sous-sesquialtère (2/3), la sous-sesquitierce (3/4), la sous-sesquioctave (8/9) et le rapport de 243 à 256.

La raison double, comme nous l'avons vu plus haut, se ὡς ἐπάνω ἀποδέδεικται, ὁ δὲ τρίπλασιος ἐν τῇ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, ὁ δὲ τετραπλάσιος ἐν τῇ δὶς διὰ πασῶν, ὁ δ' ἡμιόλιος ἐν τῇ διὰ πέντε, ὁ δ' ἐπίτριτος ἐν τῇ διὰ τεσσάρων, ὁ δ' ἐπόγδοος τόνος ἐστίν, ὁ δὲ τῶν σνς´ πρὸς σμγ´ ἐν λείμματι. ὁμοίως δὲ καὶ οἱ τούτων ὑπεναντίοι. ἐν οὐδετέρῳ δέ εἰσι λόγῳ ὅ τε ἐπόγδοος καὶ ὁ τῶν σνς´ πρὸς σμγ´, ὅτι οὔτε ἐν συμφωνίαις εἰσὶν οὔτε ἔξω συμφωνίας· ὁ γὰρ τόνος καὶ τὸ λεῖμμα ἀρχαὶ μέν εἰσι συμφωνίας καὶ συμπληρωτικαὶ συμφωνίας, οὔπω δὲ συμφωνίαι.

λέγονται δέ τινες ἐν ἀριθμητικῇ λόγοι ἀριθμῶν οὐ μόνον πολλαπλάσιοι καὶ ἐπιμόριοι, ἀλλὰ καὶ ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς καὶ ἔτι πλείους, περὶ ὧν ἐφεξῆς σαφέστερον παραδώσομεν. συνέστηκε δὲ τὸ μὲν διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τόνων καὶ λείμματος, τὸ δὲ διὰ πασῶν ἐκ τοῦ διὰ πέντε καὶ διὰ τεσσάρων. ἐκ δὲ τούτων εἰσὶν αἱ προηγούμεναι τῶν ἀναλογιῶν.

πάλιν δὲ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν παράδοσιν λέγονται <λόγοι> τῶν ἀριθμῶν, ὡς καὶ ὁ Ἄδραστος παραδίδωσιν, οἱ μὲν πολλαπλάσιοι, οἱ δὲ ἐπιμόριοι, οἱ δ' ἐπιμερεῖς, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμόριοι, οἱ δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς, οἱ δ' οὐδέτεροι, τῶν δὲ ἐλαττόνων οἱ μὲν ὑποπολλαπλάσιοι, οἱ δ' ὑπεπιμόριοι, καὶ οἱ λοιποὶ ἀντιστρέφοντες τοῖς μείζοσι.

κγ. πολλαπλάσιος μὲν οὖν ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων ὅρος καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀπαρτιζόντως ὡς μηδὲν ἔτι λείπεσθαι ἀπ' αὐτοῦ, καὶ κατ' εἶδος τοσαυταπλασίων [ἕκαστος πολλαπλάσιος δ'] ὁ μείζων ὅρος λέγεται τοῦ ἐλάττονος, ὁσάκις ἂν καταμετρῆται ὑπ' αὐτοῦ· οἷον ἂν μὲν δίς, διπλάσιος, ἂν

5-16 ἐν οὐδετέρῳ κ. τ. λ.] *haec plane supervacanea sunt, quaedam etiam inepta,* Hiller. — 7 συμφωνίαις] συμφωνίᾳ conj. Hultsch. — 23 Titre : τί ἐστιν ὁ πολλαπλάσιος λογος (du rapport multiple).

trouve dans la consonance d'octave *, la raison triple dans la consonance d'octave et quinte, la raison quadruple dans la double octave, la raison sesquialtère ($1 + 1/2$) dans la quinte, la raison sesquitierce ($1 + 1/3$) dans la quarte. Quant à la raison sesquioctave ($1 + 1/8$) c'est un ton et le rapport de 256 à 243 est le limma. Il en est de même des rapports inverses. Parmi les raisons neutres sont la raison sesquioctave ($1 + 1/8$) et la raison de 256 à 243 qui ne sont pas des consonances et n'y sont pourtant pas étrangères, puisque le ton et le limma sont les principes de la consonance et ont la vertu de la compléter, sans être cependant des consonances *.

Il y a en arithmétique des raisons de nombres, non seulement multiples et superpartielles, mais encore des raisons épimères et polyépimères et d'autres raisons que nous expliquerons clairement plus tard. La quarte se compose de deux tons et d'un limma, la quinte de trois tons et d'un limma, l'octave d'une quinte et d'une quarte; mais les rapports de proportion doivent les précéder.

Ainsi, selon les principes de l'arithmétique, comme l'enseigne Adraste, il y a des rapports multiples, d'autres sont sesquipartiels, d'autres épimères, d'autres multisuperpartiels, d'autres polyépimères; d'autres sont neutres, et parmi les rapports plus petits (que l'unité), il y en a de sous-multiples, d'autres sont sous-sesquipartiels; les autres sont inverses des rapports plus grands (que l'unité).

XXIII. Le rapport est multiple quand le plus grand terme contient plusieurs fois le plus petit, c'est-à-dire quand le petit terme mesure exactement le plus grand, sans qu'il reste aucune partie de celui-ci. Le plus grand terme est dit autant de fois multiple du plus petit que ce dernier le mesure de fois; si par exemple il le mesure deux fois, le rapport est double; s'il le mesure trois fois, le rapport est triple; s'il le mesure quatre fois, le rapport est quadruple; est ainsi de

1 Cf, II, XII et XIII. — 11 Cf. II, V.

δὲ τρίς, τριπλάσιος, ἂν δὲ τετράκις, τετραπλάσιος, καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς οὕτως. ἀνάπαλιν δὲ ὁ ἐλάττων τοῦ μείζονος μέρος ὁμώνυμον τῷ λόγῳ, κατὰ μὲν τὸν διπλάσιον ἥμισυ, κατὰ δὲ τὸν τριπλάσιον τριτημόριον, καὶ λόγος ὁ μὲν ἥμισυς, ὁ δὲ τριτημόριος · καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Τί ἐστιν ἐπιμόριος λόγος

κδ. ἐπιμόριος δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ μόριον ἕν τι τοῦ ἐλάττονος, τουτέστιν ὅταν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ταύτην ἔχῃ τὴν ὑπεροχήν, ἥτις τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ μέρος ἐστίν. ὡς ἡ τετρὰς τῆς τριάδος · ὑπερέχει γὰρ αὐτῆς μονάδι, ἥτις ἐστὶ τῆς τριάδος τὸ τρίτον · καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος ὑπερέχει δυεῖν, ἅτινα τῶν τεσσάρων ἥμισύ ἐστι.

διὸ καὶ ἀπὸ τῆς τῶν μερῶν ὀνομασίας ἕκαστος τῶν ἐπιμορίων ἰδίας ἔτυχε προσηγορίας. ὁ μὲν γὰρ τῷ ἡμίσει τοῦ ἐλάττονος μέρει ὑπερέχων ἡμιόλιος ὠνόμασται, ὡς ἡ τριὰς τῆς δυάδος καὶ ἡ ἑξὰς τῆς τετράδος. αὐτήν τε γὰρ ὅλην ἔχει τὴν ἐλάττονα καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς · ἐν μὲν γὰρ τῇ τριάδι ἔνεστιν ἡ δυὰς καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς ἡ μονάς, ἐν δὲ τῇ ἑξάδι ἡ τετρὰς καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς ἡ δυάς. πάλιν οἱ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχοντες ἐπίτριτοι καλοῦνται, ὡς ἡ τετρὰς τῆς τριάδος, οἱ δὲ τῷ τετάρτῳ ὑπερέχοντες ἐπιτέταρτοι, ὡς ὁ ε΄ τῶν δ΄ καὶ ὁ ι΄ τῶν η΄, καὶ ὁμοίως προκόπτοντες ἐπίπεμπτοί τε καὶ ἔφεκτοι καὶ ἐφέβδομοι ἐκλήθησαν πάντες οὗτοι ἐπιμόριοι ὄντες.

διὸ καὶ οἱ ἀντικείμενοι τούτοις οἱ ἐλάττονες τῶν μειζόνων ὑπεπιμόριοι ἐκλήθησαν · ὡς γὰρ ἡ τριὰς <τῆς> δυάδος ἐλέγετο ἡμιόλιος, οὕτως καὶ ἡ δυὰς τῆς τριάδος κατὰ τὸ ἀνάλογον ὑφημιόλιος λεχθήσεται, καὶ ὁμοίως ἡ τριὰς τῆς τετράδος ὑπεπίτριτος.

ἔστι δὲ τῶν πολλαπλασίων λόγων πρῶτος καὶ ἐλάχιστος ὁ suite. Réciproquement le plus petit terme, comme partie du plus grand; reçoit une dénomination correspondante à la raison multiple : on l'appelle la moitié du terme double, le tiers du terme triple,... et la raison est appelée demie, tiers, et ainsi de suite.

Du rapport superpartiel ou sesquipartiel

XXIV. Le rapport est appelé sesquipartiel quand le plus grand terme contient une fois le plus petit et une partie du plus petit, c'est-à-dire quand le plus grand terme surpasse le plus petit d'une certaine quantité qui en est une partie. Ainsi le nombre 4 est sesquipartiel par rapport à 3, parce qu'il le surpasse d'une unité qui est le tiers de 3. De même 6 surpasse 4 de 2 unités qui sont la moitié de 4.

Chaque rapport sesquipartiel a reçu, d'après le nom de la fraction, une dénomination particulière. Ainsi celui qui surpasse l'unité de la moitié du plus petit terme, comme 3/2 et 6/4, a été appelé sesquialtère, car la plus grande quantité contient la plus petite tout entière plus la moitié de la plus petite. En effet, 3 contient une fois 2, plus l'unité qui est la moitié de 2; 6 contient une fois 4, plus 2 qui est la moitié de 4. Le rapport qui surpasse l'unité du tiers du plus petit terme, comme 4/3, est appelé sesquitierce, celui qui surpasse l'unité d'un quart, comme 5/4 et 10/8, est appelé sesquiquarte, et en continuant de même, on trouve les rapports qu'on nomme sesquiquinte ($1 + 1/5$), sesquisixte ($1 + 1/6$), sesquiseptime ($1 + 1/7$) qui sont tous sesquipartiels.

Inversement, les rapports des plus petits termes aux plus grands sont appelés sous-sesquipartiels, car de même que le rapport de 3 à 2 est appelé sesquialtère, par analogie le rapport de 2 à 3 est appelé sous-sesquialtère. De même encore le rapport de 3 à 4 est nommé sous-sesquitierce.

Parmi les rapports multiples, le premier et le plus petit est διπλάσιος, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ τριπλάσιος, εἶτα ὁ τετραπλάσιος, καὶ οὕτως οἱ ἑξῆς ἐπ' ἄπειρον αἰεὶ οἱ μείζονες. τῶν δ' ἐπιμορίων λόγων πρῶτος καὶ μέγιστος ὁ ἡμιόλιος, ὅτι δὴ καὶ τὸ ἥμισυ μέρος πρῶτον καὶ μέγιστον καὶ ἐγγυτάτω τῷ ὅλῳ, μετὰ δὲ τοῦτον ὁ ἐπίτριτος, καὶ ὁ ἐπιτέταρτος, καὶ οὕτω πάλιν ἐπ' ἄπειρον ἡ πρόοδος ἀεὶ ἐπ' ἐλάττονος.

Περὶ ἐπιμεροῦς λόγου

κε. ἐπιμερὴς δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι πλείω μέρη αὐτοῦ [τοῦ ἐλάττονος], εἴτε ταὐτὰ καὶ ὅμοια εἴτε ἕτερα καὶ διάφορα · ταὐτὰ μὲν οἷον δύο τρίτα ἢ δύο πέμπτα καὶ εἴ τινα ἄλλα οὕτως · ὁ μὲν γὰρ τῶν ε′ ἀριθμὸς τοῦ τῶν γ′ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ζ′ τοῦ τῶν ε′ δὶς ἐπίπεμπτος, ὁ δὲ τῶν η′ τοῦ τῶν ε′ τρὶς ἐπίπεμπτος, καὶ οἱ ἑξῆς ὁμοίως · ἕτερα δὲ καὶ διάφορα οἷον ὅταν ὁ μείζων αὐτόν τε ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι ἥμισυ αὐτοῦ καὶ τρίτον, οἷον ἔχει λόγον ὁ τῶν ια′ πρὸς τὸν τῶν ϛ′, ἢ πάλιν ἥμισυ καὶ τέταρτον, ὅς ἐστι λόγος τῶν ζ′ πρὸς δ′, ἢ νὴ Δία τρίτον καὶ τέταρτον, ὃν ἔχει λόγον τὰ ιθ′ πρὸς τὰ ιβ′.

παραπλησίως δὲ θεωρείσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ ἐπιμερεῖς δυσὶν ὑπερέχοντες μέρεσιν ἢ τρισὶν ἢ πλείοσι, καὶ ὁμοίοις ἢ ἀνομοίοις. ὑπεπιμερὴς δέ ἐστιν [ὁ] ἀνάπαλιν ὁ ἐν τῷ προειρημένῳ λόγῳ ἐλάσσων πρὸς τὸν μείζονα ἐξεταζόμενος.

Περὶ πολλαπλασιεπιμορίων καὶ πολλαπλασιεπιμερῶν

κϛ. πολλαπλασιεπιμόριος δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δὶς ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ ἔτι μέρος αὐτοῦ, ὡς ὁ μὲν τῶν ζ′ δὶς ἔχει τὸν γ′ καὶ ἔτι τρίτον αὐτοῦ, καὶ le double, vient ensuite le triple, puis le quadruple, et ainsi de suite indéfiniment en augmentant.

Parmi les rapports sesquipartiels, le premier et le plus grand est le rapport sesquialtère ($1 + 1/2$), parce que la fraction $1/2$ est la première, la plus grande, celle qui se rapproche le plus de l'entier; vient ensuite le rapport sesquitierce ($1 + 1/3$), puis le rapport sesquiquarte ($1 + 1/4$), et ainsi de suite indéfiniment, en allant toujours en diminuant.

Du rapport épimère

XXV. Le rapport est dit *épimère* quand le plus grand terme contient une fois le plus petit et en outre plusieurs parties de celui-ci, soit semblables, soit différentes, semblables comme deux tiers, deux cinquièmes, etc. Ainsi le nombre 5 contient 3, plus les deux tiers de 3; le nombre 7 contient 5, plus les deux cinquièmes de 5; le nombre 8 contient 5 et les trois cinquièmes de 5, et ainsi de suite. Les parties sont différentes quand le plus grand terme contient le plus petit, et en outre la moitié et le tiers de celui-ci, comme dans le rapport de 11 à 6, ou la moitié et le quart, comme dans le rapport de 7 à 4, ou encore le tiers et le quart, comme dans le rapport de 19 à 12 *.

On peut pareillement reconnaître les autres rapports épimères qui surpassent l'unité de deux, de trois ou d'un plus grand nombre de parties, que ces parties soient semblables ou non. Inversement le rapport hypépimère, est celui qu'on obtient en prenant, dans le rapport précédent, la raison du plus petit terme au plus grand.

Du rapport multisuperpartiel et du rapport polyépimère

XXVI. Le rapport est dit multisuperpartiel ou multises-

21 On a en effet

$$\begin{aligned} 11/6 &= 1 + 5/6 = 1 + 3/6 + 2/6 = 1 + 1/2 + 1/3 \\ 7/4 &= 1 + 3/4 = 1 + 2/4 + 1/4 = 1 + 1/2 + 1/4 \\ 19/12 &= 1 + 7/12 = 1 + 4/12 + 3/12 = 1 + 1/3 + 1/4 \end{aligned}$$

λέγεται αὐτοῦ διπλασιεπίτριτος, ὁ δὲ τῶν θʹ δὶς ἔχει <τὸν> τῶν δʹ καὶ ἔτι τὸ τέταρτον αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλασιεπιτέταρτος, ὁ δὲ τῶν ιʹ τρὶς ἔχει τὸν τῶν γʹ καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ, καὶ λέγεται τριπλασιεπίτριτος.

παραπλησίως δὲ θεωρείσθωσαν καὶ οἱ λοιποὶ πολλαπλασιεπιμόριοι. τοῦτο δὲ συμβαίνει, ὅταν δυεῖν προτεθέντων ἀριθμῶν ὁ ἐλάττων καταμετρῶν τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ὅλον καταμετρῆσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ μέρος τοῦ μείζονος, ὅ ἐστιν αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος μέρος · οἷον ὁ τῶν κςʹ τοῦ τῶν ηʹ πολλαπλασιεπιμόριος λέγεται, ἐπειδήπερ <ὁ> ηʹ τρὶς καταμετρήσας τὸν κςʹ οὐχ ὅλον ἀπήρτισεν, ἀλλὰ μέχρι τῶν κδʹ ἐλθὼν δύο ἐκ τῶν κςʹ ἀπέλιπεν, ὅ ἐστι τῶν ηʹ τέταρτον.

κζ. πολλαπλασιεπιμερὴς <δέ> ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δὶς ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ δύο ἢ πλείω τινὰ μέρη αὐτοῦ εἴτε ὅμοια εἴτε διάφορα · οἷον ὁ μὲν τῶν ηʹ δὶς ἔχει τὸν τῶν γʹ καὶ δύο τρίτα αὐτοῦ, λέγεται δὲ διπλάσιος καὶ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ιαʹ τοῦ τῶν γʹ τριπλάσιος καὶ δὶς ἐπίτριτος, ὁ δὲ τῶν ιαʹ τοῦ τῶν δʹ διπλάσιός τε καὶ ἡμιόλιος καὶ ἐπιτέταρτος ἢ διπλάσιός τε καὶ τρὶς ἐπιτέταρτος.

καὶ τοὺς ἄλλους δὲ πολλαπλασιεπιμερεῖς πολλοὺς καὶ ποικίλους ὄντας προχειρίζεσθαι ῥᾴδιον. τοῦτο δὲ γίνεται, ὅταν ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς καταμετρήσας τὸν μείζονα μὴ ἰσχύσῃ ἀπαρτίσαι, ἀλλ' ἀπολείπῃ ἀριθμόν τινα, ἅ ἐστι μέρη αὐτοῦ, ὡς ὁ τῶν ιδʹ τοῦ τῶν γʹ · ἡ γὰρ τριὰς καταμετρήσασα τὸν τῶν ιδʹ οὐκ ἴσχυσεν ἀπαρτίσαι, ἀλλὰ προκόψασα τετράκις μέχρι τῶν ιβʹ τὴν λοιπὴν ἀπὸ τῶν ιδʹ ἀπέλιπε δυάδα, ἥτις ἐστι τῶν

23 ἅ] ὅ.

quipartiel quand le plus grand terme contient 2 fois ou un plus grand nombre de fois le plus petit et en outre une partie de ce dernier. C'est ainsi que 7 contient 2 fois 3 et en outre un tiers de 3, aussi l'on dit que le rapport de 7 à 3 est bisesquitierce. De même 9 contient 2 fois 4 et en outre le quart de 4, on dit que le rapport de 9 à 4 est bisesquiquarte. De même encore 10 contient 3 fois 3 et en outre le tiers de 3, le rapport est appelé trisesquitierce.

On reconnaîtra de la même manière les autres rapports multisuperpartiels. C'est ce qui arrive toutes les fois que de deux nombres proposés le plus petit ne mesure pas exactement le plus grand, mais que le plus grand donne un reste qui est en même temps une partie du plus petit. Ainsi le rapport de 26 à 8 est multisuperpartiel par ce que 3 fois 8 ne donnent pas complètement 26 ; en arrivant à 24, au lieu de 26, il y a un reste 2 qui est le quart de 8.

XXVII. Le rapport est appelé polyépimère quand le plus grand terme contient 2 fois, ou plus, le plus petit, et en outre 2 ou plusieurs parties de ce dernier, soit semblables, soit différentes. Ainsi 8 contenant 2 fois 3 et de plus deux tiers de 3, le rapport est dit double avec deux tiers en plus $(2 + 2/3)$; de même le rapport de 11 à 3 est triple avec deux tiers en plus $(3 + 2/3)$; le rapport de 11 à 4 est double, avec une demie et un quart en plus, ou double avec trois quarts en plus $(11/4 = 2 + 3/4 = 2 + 1/2 + 1/4)$.

Il est facile de trouver beaucoup d'autres rapports polyépimères, et cela a lieu toutes les fois que le plus petit nombre ne mesure pas exactement le plus grand, mais qu'il y a un reste formé de plusieurs parties du petit nombre, comme dans le rapport de 14 à 3, car 3 ne mesure pas exactement 14, mais 4 fois 3 font 12, de 14 il reste 2 qui forment deux parties de trois et qu'on nomme deux tiers. Au rapport polyépimère est opposé le rapport hypo-polyépimère (rapport inverse).

γʹ δίμοιρον, ἃ δὴ λέγεται δύο τρίτα. ἀντίκειται δὲ καὶ τῷ πολλαπλασιεπιμερεῖ ὁ ὑποπολλαπλασιεπιμερής.

κη. ἀριθμοῦ δὲ πρὸς ἀριθμὸν λόγος ἐστίν, ὅταν ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα ἐν μηδενὶ ᾖ τῶν προειρημένων λόγων, καθὰ δειχθήσεται καὶ ὁ τὸ λεῖμμα περιέχων [φθόγγος] λόγος ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἔχων τοὺς ὅρους ἐν ἐλαχίστοις ὡς ὁ σνςʹ πρὸς σμγʹ. φανεροὶ δὲ καὶ οἱ τῶν ἐλαττόνων ὅρων πρὸς τοὺς μείζονας λόγοι ἀντεστραμμένως ὑπʼ ἐκείνων προσαγορευόμενοι, καθὰ ἐδείχθη.

Περὶ πυθμένων λόγων

κθ. πάντων δὲ τῶν κατʼ εἶδος εἰρημένων λόγων οἱ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοῖς ὄντες καθʼ ἕκαστων πρῶτοι λέγονται τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων καὶ πυθμένες τῶν ὁμοειδῶν. οἷον διπλασίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν βʹ πρὸς ἕν · μετὰ γὰρ τοῦτον ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς λόγοι εἰσὶ διπλάσιοι ὁ τῶν δʹ πρὸς τὰ βʹ καὶ τῶν ςʹ πρὸς τὰ γʹ καὶ ὁμοίως ἐπʼ ἄπειρον,

τριπλασίων δὲ λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γʹ πρὸς τὸ ἕν · οἱ δὲ αἰεὶ ἐν μείζοσι καὶ συνθέτοις ἀριθμοῖς ἐπʼ ἄπειρον προάγουσιν. ὡσαύτως δὲ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τοῖς ἐπιμορίοις. ἡμιολίων μὲν λόγων πρῶτος καὶ πυθμὴν ὁ τῶν γʹ πρὸς τὰ βʹ, ἐπιτρίτων δὲ ὁ τῶν δʹ πρὸς γʹ, καὶ ἐπιτετάρτων ὁ τῶν εʹ πρὸς δʹ · οἱ δὲ ἐν μείζοσιν ὅροις καὶ συνθέτοις πάλιν ἄπειροι τὸ πλῆθος. τὸ δʼ αὐτὸ θεωρεῖται καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

3 Titre : τί ἐστι λόγος ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμόν (ce que c'est que la raison de nombre à nombre)

XXVIII. La raison de nombre à nombre est celle qui a lieu quand le plus grand n'a avec le plus petit aucun des rapports dont nous avons parlé ; comme il sera montré, c'est un rapport de nombre à nombre, réduit à ses plus petits termes, qui mesure le limma ; ce rapport est celui de 256 à 243 *. Il est évident que la raison des plus petits nombres aux plus grands est l'inverse. Elle emprunte son nom aux premiers rapports, comme il a été montré.

Du fond d'un rapport

XXIX. De tous les rapports dont il a été parlé en détail, ceux qui sont exprimés en nombres les plus petits et premiers entre eux sont appelés les premiers ou les fonds de tous les rapports d'espèce semblable (c'est-à-dire égaux). Ainsi le premier et le fond des rapports doubles est le rapport de 2 à 1, car après celui-là les rapports doubles sont exprimés en nombres plus grands et composés, comme les rapports de 4 à 2, de 6 à 3, et ainsi de suite indéfiniment.

De même le premier et le fond des rapports triples est le rapport de 3 à 1, les rapports triples exprimés en nombres plus grands et composés vont à l'infini. Il en est de même des autres rapports multiples et des rapports superparticls, le premier et le fond des rapports sesquialtères est 3/2 ; pour le rapport sesquitierce c'est 4/3, pour le rapport sesquiquarte c'est 5/4. Il y a une infinité de rapports équivalents exprimés en termes plus grands et composés. On peut faire les mêmes observations sur les autres rapports.

6. Le rapport de 256 à 243 est épimère, car on a : $256/243 = 1 + 13/243 = 1 + 9/243 + 3/243 + 1/243 = 1 + 1/27 + 1/81 + 1/243$, de sorte que le plus grand terme contient une fois le plus petit, et en outre plusieurs parties différentes de celui-ci. Cf. II, xxv, p. 127.

Τίνι διαφέρει διάστημα καὶ λόγος

λ. διαφέρει δὲ διάστημα καὶ λόγος, ἐπειδὴ διάστημα μέν ἐστι τὸ μεταξὺ τῶν ὁμογενῶν τε καὶ ἀνίσων ὅρων, λόγος δὲ ἁπλῶς ἡ τῶν ὁμογενῶν ὅρων πρὸς ἀλλήλους σχέσις. διὸ καὶ τῶν ἴσων ὅρων διάστημα μὲν οὐδέν ἐστι μεταξύ, λόγος δὲ πρὸς ἀλλήλους εἷς καὶ ὁ αὐτὸς ὁ τῆς ἰσότητος · τῶν δὲ ἀνίσων διάστημα μὲν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ἀφ' ἑκατέρου <πρὸς> ἑκάτερον, λόγος δὲ ἕτερος καὶ ἐναντίος ἑκατέρου πρὸς ἑκάτερον · οἷον ἀπὸ τῶν β´ πρὸς τὸ ἓν καὶ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς πρὸς τὰ β´ διάστημα ἓν καὶ τὸ αὐτὸ, λόγος δὲ ἕτερος, τῶν μὲν δύο πρὸς τὸ ἓν διπλάσιος, τοῦ δὲ ἑνὸς πρὸς τὰ β´ ἥμισυς.

Ἐρατοσθένης δὲ ἐν τῷ Πλατωνικῷ φησι, μὴ ταὐτὸν εἶναι διάστημα καὶ λόγον, ἐπειδὴ λόγος μέν ἐστι δύο μεγεθῶν ἡ πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις · γίνεται δ' αὕτη καὶ ἐν διαφόροις <καὶ ἐν ἀδιαφόροις>. οἷον ἐν ᾧ λόγῳ ἐστὶ τὸ αἰσθητὸν πρὸς τὸ νοητόν, ἐν τούτῳ δόξα πρὸς ἐπιστήμην, καὶ διαφέρει καὶ τὸ νοητὸν τοῦ ἐπιστητοῦ ᾧ καὶ ἡ δόξα τοῦ αἰσθητοῦ. διάστημα δὲ ἐν διαφέρουσι μόνον, ἢ κατὰ τὸ μέγεθος ἢ κατὰ ποιότητα ἢ κατὰ θέσιν ἢ ἄλλως ὁπωσοῦν. δῆλον δὲ καὶ ἐντεῦθεν, ὅτι λόγος διαστήματος ἕτερον · τὸ γὰρ ἥμισυ πρὸς τὸ διπλάσιον λόγον μὲν οὐ τὸν αὐτὸν ἔχει, διάστημα δὲ τὸ αὐτό.

λα. ἀναλογία δ' ἐστὶ πλειόνων λόγων ὁμοιότης ἢ ταυτότης, τουτέστιν ἐν πλείοσιν ὅροις λόγων ὁμοιότης, ὅταν ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον ἢ ἄλλος τις πρὸς ἄλλον. λέγεται δὲ ἡ μὲν συνεχὴς ἀναλογία, ἡ δὲ διῃρημένη, συνεχὴς μὲν ἡ ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις, διῃρημένη δὲ ἡ ἐν ἐλαχίστοις τέσσαρσιν.

15 τὸ αἰσθητὸν πρὸς τὸ νοητόν] τὸ νοητὸν πρὸς τὸ αἰσθητόν J D. — 17 ἡ δόξα τοῦ αἰσθητοῦ] τῆς δόξης τὸ αἰσθητόν conj. J D. — 22 Titre : περὶ ἀναλογίας καὶ ἰσότητος (de la proportion et de l'égalité).

En quoi diffèrent l'intervalle et le rapport

XXX. L'intervalle et le rapport diffèrent en ce que l'intervalle est compris entre des termes homogènes et inégaux, tandis que le rapport lie simplement entre eux des termes homogènes. C'est pourquoi entre des termes égaux il n'y a pas d'intervalle, mais il y a entre eux un rapport qui est celui d'égalité. Entre les termes inégaux, l'intervalle de l'un à l'autre est unique et identique, tandis que le rapport est autre et inverse, d'un terme à l'autre : ainsi de 2 à 1 et de 1 à 2 il n'y a qu'un seul et même intervalle, mais il y a deux rapports différents, le rapport de 2 à 1 étant double, tandis que le rapport de 1 à 2 est un demi.

Ératosthène, dans le *Platonicien,* dit aussi que l'intervalle et le rapport ne sont pas la même chose, parce que le rapport est une certaine liaison de deux grandeurs entre elles et qu'il existe entre des choses différentes ou non, comme quand on dit que le sensible est à l'intelligible dans le même rapport que l'opinion est à la science, ou que l'intelligible diffère du connu dans le même rapport que le sensible diffère de l'opinion, tandis que ces choses diffèrent d'un seul intervalle, soit de grandeur, suit de qualité, soit de position, soit de toute autre manière. Par là il est évident que le rapport est autre chose que l'intervalle, car la moitié et le double ne forment pas un même rapport, tandis que l'intervalle est le même.

XXXI. La proportion est une similitude ou identité de plusieurs rapports, c'est-à-dire une similitude des raisons dans plusieurs termes, ce qui a lieu quand le rapport du premier terme au second est égal au rapport du second au troisième ou au rapport de deux autres termes. La première proportion est appelée continue et la seconde discontinue. Il faut trois termes au moins pour une proportion continue, la discontinue suppose au moins quatre termes.

οἷον μετὰ τὴν ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίαν συνεχὴς ἐν ἐλαχίστοις ὅροις κατὰ μὲν τὸ διαπλάσιον δ΄ β΄ α΄ · ἔστι γὰρ ὡς δ΄ πρὸς β΄, οὕτως β΄ πρὸς ἕν. διῃρημένη δὲ ς΄ γ΄ δ΄ β΄ · ἔστι γὰρ ὡς ς΄ πρὸς τὰ γ΄, οὕτως δ΄ πρὸς τὰ β΄. τὸ δὲ αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πολλαπλασίων. ἔστι δὲ τρόπον τινὰ καὶ ἡ συνεχὴς ἐν τέτταρσιν ὅροις, δὶς λαμβανόμενου τοῦ μέσου. καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων δὲ ὁ αὐτὸς λόγος · συνεχὴς μὲν ἀναλογία ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ θ΄ ς΄ δ΄, διῃρημένη δὲ θ΄ ς΄ ιε΄ ι΄. ὁ δὲ αὐτὸς λαὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων λόγος.

ὁ δὲ Ἐρατοσθένης φησίν, ὅτι τῆς ἀναλογίας φύσις ἀρχὴ λόγος ἐστὶ καὶ πρώτη καὶ τῆς γενέσεως αἰτία πᾶσι τοῖς μὴ ἀτάκτως γινομένοις. ἀναλογία μὲν γὰρ πᾶσα ἐκ λόγων, λόγου δὲ ἀρχὴ τὸ ἴσον. δῆλον δὲ οὕτως. ἐν ἑκάστῳ τῶν γενῶν ἴδιόν ἐστί τι στοιχεῖον καὶ ἀρχή, εἰς ὃ τὰ ἄλλα ἀναλύεται, αὐτὸ δὲ εἰς μηδὲν ἐκείνων. ἀνάγκη δὴ τοῦτο ἀδιαίρετον εἶναι καὶ ἄτομον · τὸ γὰρ διαίρεσιν καὶ τομὴν ἐπιδεχόμενον συλλαβὴ λέγεται καὶ οὐ στοιχεῖον.

τὰ μὲν οὖν τῆς οὐσίας στοιχεῖα κατὰ οὐσίαν ἀδιαίρετά ἐστι, τὰ δὲ τοῦ ποιοῦ κατὰ τὸ ποιόν, τὰ δὲ τοῦ ποσοῦ κατὰ τὸ ποσόν. ὅλως δ' ἕκαστον κατὰ τοῦτο ἄτομον καὶ ἕν, καθὸ στοιχεῖόν ἐστι συνθέτου τινὸς ἢ μικτοῦ. τοῦ μὲν οὖν ποσοῦ στοιχεῖον ἡ μονάς, τοῦ δὲ πηλίκου στιγμή, λόγου δὲ καὶ ἀναλογίας ἰσότης. οὔτε γὰρ μονάδα ἔτι διελεῖν ἔστιν εἰς τὸ ποσόν, οὔτε στιγμὴν εἰς τὸ πηλίκον, οὔτε ἰσότητα εἰς πλείους λόγους. γίνεται δὲ ἀριθμὸς μὲν ἐκ μονάδος, γραμμὴ δὲ ἐκ στιγμῆς,

10-11 ὅτι..... πρώτη] ὅτι <ἡ> τῆς ἀναλογίας φύσις ἀρχὴ εὐλόγου ἐστὶ καὶ <τεταγμένης γενέσεως ἐκ τῆς ἰσότητος αὐτή τε γεννηθεῖσα> πρώτη conj. Hultsch.

Après la proportion formée de termes égaux, les trois plus petits termes 4, 2, 1, en raison double, forment une proportion continue, car 4 est à 2 comme 2 est à 1 ; et les nombres 6, 3, 4, 2, forment une proportion discontinue, car 6 est à 3 comme 4 est à 2. On observe la même chose avec les autres rapports multiples et la proportion continue est en quelque sorte une proportion à quatre termes, par la répétition du moyen terme. L'explication est la même quand les rapports sont sesquipartiels : ainsi les nombres 9, 6, 4, en rapport sesquialtère $(1 + 1/2)$, forment une proportion continue, et les termes 9, 6, 15, 10, forment une proportion discontinue. On trouverait de même des proportions avec les autres rapports.

Ératosthène dit que le rapport est le principe qui donne naissance à la proportion et qu'il est aussi la première cause de la génération de toutes les choses qui sont disposées avec ordre. Toute proportion se compose, en effet, de rapports et le principe du rapport est l'égalité. Cela est évident : dans tous les genres il y a un certain élément propre, ou un principe, dans lequel tous les autres se résolvent, tandis que lui-même ne se résout en aucun d'eux. Or, ce principe est nécessairement indécomposable et indivisible, car tout ce qui peut se décomposer et se diviser est appelé collection et non élément.

Les éléments de la substance sont donc indivisibles selon la substance, ceux de la qualité le sont selon la qualité, ceux de la quantité le sont selon la quantité. Et chaque chose est indivisible et une, selon qu'elle est un élément d'une chose composée ou mixte. Ainsi l'élément de la quantité est l'unité, celui de la grandeur est le point, celui du rapport et de la proportion est l'égalité. Car l'unité ne peut pas se diviser en quantité, ni le point en grandeur, ni l'égalité en rapports multiples. Le nombre naît de l'unité, la ligne du point, le rapport et la proportion de l'égalité ; mais ce n'est pas de la même manière, car l'unité multipliée par elle-même n'engenλόγος δὲ καὶ ἀναλογία ἐξ ἰσότητος, τρόπον δὲ οὐ τὸν αὐτὸν ἕκαστον τούτων · ἀλλὰ μονὰς μὲν πολλαπλασιαζομένη ὑφ' ἑαυτῆς οὐδὲν γεννᾷ ὡς οἱ ἄλλοι ἀριθμοί, τὸ γὰρ ἅπαξ ἓν ἕν · κατὰ σύνθεσιν δὲ αὔξεται μέχρις εἰς ἄπειρον · στιγμὴ δὲ οὔτε κατὰ πολλαπλασιασμὸν οὔτε κατὰ σύνθεσιν · ἀλλὰ κατὰ συνέχειαν ῥυεῖσά τε καὶ ἐνεχθεῖσα γραμμὴν ἀποτελεῖ, γραμμὴ δὲ ἐπιφάνειαν, ἐπιφάνεια δὲ σῶμα. καὶ μὴν ὁ τῶν ἴσων λόγος οὐκ αὔξεται συντιθέμενος · πλειόνων γὰρ ἴσων ἑξῆς τιθεμένων ὁ τῆς περιοχῆς λόγος ἐν ἰσότητι διαμένει. διὸ καὶ συμβαίνει, τὴν στιγμὴν μὴ εἶναι μέρος γραμμῆς μηδὲ τὴν ἰσότητα λόγου, τὴν μέντοι μονάδα ἀριθμοῦ · μόνη γὰρ αὕτη συντιθεμένη λαμβάνει τινὰ αὔξησιν. αἴτιον δὲ τοῦ λεχθέντος, ὅτι διαστήματος ἄμοιρος ἰσότης, καθάπερ καὶ ἡ στιγμὴ μεγέθους.

ἔοικε δὲ ὁ Πλάτων μίαν οἴεσθαι συνοχὴν εἶναι μαθημάτων τὴν ἐκ τῆς ἀναλογίας. ἐν τε γὰρ τῷ Ἐπινομίῳ φησίν · ἅπαν διάγραμμα ἀριθμοῦ τε σύστημα καὶ ἁρμονίας σύστασιν ἅπασαν τῆς τε τῶν ἄστρων περιφορᾶς τὴν ἀναλογίαν οὖσαν μίαν ἁπάντων ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι · φανήσεται, δέ, ἂν ἃ λέγομεν ὀρθῶς τις ἐμβλέπων μανθάνῃ · δεσμὸς γὰρ πεφυκὼς ἁπάντων εἷς ἀναφανήσεται.

λβ. διαφέρει δὲ ἀναλογίας μεσότης, ἐπειδὴ εἰ μέν τι ἀναλογία, τοῦτο καὶ μεσότης, εἰ δέ τι μεσότης, οὐκ εὐθὺς ἀναλογία. ἐγχωρεῖ γάρ τι κατὰ τάξιν μέσον ὂν μὴ ἔχειν ἀναλόγως πρὸς τὰ ἄκρα · ὡς τὰ δύο μέσα ἐστὶ τῇ τάξει <τοῦ ἑνὸς καὶ> τῶν γ´, καὶ τοῦ ἑνὸς καὶ <τῶν ι´> τὰ γ´ καὶ τὰ δ´ καὶ τὰ ε´ · ἀπὸ γὰρ τοῦ ἑνὸς οὐχ οἷόν τε ἐλθεῖν ἐπὶ τὰ

18 ἀναλογίαν] ὁμολογίαν *Epinomis*, p. 991 E. — 20 ἐμβλέπων] εἰς ἓν βλέπων, *id.* — 21 ἀναφανήσεται] ἀναφανήσεται διανοουμένοις *Epinomis*, p. 992 A. — 22 Titre : διαφέρει δὲ ἀναλογία καὶ μεσότης (un nombre moyen diffère du moyen proportionnel). — 27 τὰ γ´ καὶ τὰ δ´ καὶ τὰ ε´] τὰ β´ καὶ τὰ γ´ καὶ τὰ δ´ conj. J D.

dre pas, comme les autres nombres : une fois un est un, tandis que par l'addition le résultat augmente à l'infini.

Quant au point, ce n'est ni par la multiplication, ni par l'addition, qu'il forme la ligne, mais par un mouvement continu, de même que la ligne forme la surface et la surface le solide. Pareillement la raison d'égalité ne s'accroît pas par addition, car si l'on additionne par ordre plusieurs rapports égaux, la raison de la somme donne encore une égalité. Ainsi le point n'est pas une partie de la ligne, ni l'égalité une partie du rapport. Toutefois l'unité fait partie du nombre : car elle reçoit un accroissement par la seule répétition d'elle-même. La cause de ce que nous venons de dire est que l'égalité n'a pas d'intervalle, comme le point n'a pas de grandeur.

Platon semble croire que le lien des mathématiques est unique et qu'il consiste dans la proportion. Il dit, en effet, dans l'*Epinomis* * : il faut que toute figure, toute combinaison de nombres, tout ensemble harmonique, toute révolution astronomique manifeste l'unité de proportion à celui qui apprendra selon la vraie méthode ; or, cette unité apparaîtra à quiconque aura bien compris ce que nous enseignons, il reconnaîtra qu'un seul lien unit naturellement toutes choses.

XXXII. Un nombre moyen diffère du moyen proportionnel *. Car si un nombre est moyen proportionnel entre deux autres, c'est un terme compris entre eux ; mais si un terme est compris entre deux autres, ce n'est pas pour cela un moyen proportionnel entre ces nombres. Il peut arriver, en effet, qu'un nombre compris entre deux extrêmes ne soit pas

16 *Epinomis,* pp. 991 E — 992 A. — 23 La langue mathématique n'est pas encore fixée. Nous croyons que, par μεσότης, il faut entendre, dans ce paragraphe, non pas une *médiété,* mais un nombre moyen compris entre deux autres, et que, par ἀναλογία, il faut entendre, non pas une *analogie,* c'est-à-dire une proportion continue, mais un terme moyen proportionnel. Cela paraît résulter de l'explication de Théon et des deux exemples qu'il donne.

ι´ μὴ πρότερον ἐλθόντα ἐπὶ τὰ β´ καὶ τὰ γ´ καὶ τὰ δ´. ἀλλ' οὐδὲν τούτων ἀναλόγως ἔχει πρὸς τὰ ἄκρα. τὸ γὰρ ἓν οὐκ ἐν τούτῳ ἐστὶ τῷ λόγῳ πρὸς τὰ β´, ἐν ᾧ τὰ β´ πρὸς τὰ γ´ · ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν β´ καὶ γ´ καὶ δ´. τὰ δὲ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα καὶ μέσα ἂν εἴη, οἷον ἓν β´ δ´ . ἀναλογία τε γάρ ἐστιν ἡ τοῦ διπλασίου, καὶ τὰ β´ μέσα τοῦ ἑνὸς καὶ τῶν δ´.

Περὶ ἀναλογιῶν

λγ. ἀναλογίας δὲ ὁ μὲν Θράσυλλός φησιν εἶναι προηγουμένας τρεῖς, ἀριθμητικὴν γεωμετρικὴν ἁρμονικήν . ἀριθμητικὴν μὲν τὴν ταὐτῷ ἀριθμῷ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, <οἷον α´ γ´ ε´ γεωμετρικὴν δὲ τὴν ταὐτῷ λόγῳ ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην,> οἷον διπλασίῳ ἢ τριπλασίῳ, ὡς γ´ ς´ ιβ´ · ἁρμονικὴν δὲ τὴν ταὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, οἷον τρίτῳ ἢ τετάρτῳ, οἷον ς´ η´ ιβ´............

τούτων δ' ἕκαστον ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἄλλως οὕτως ὁρᾶται · τῶν ς´ διπλάσιος ὁ ιβ´, τριπλάσιος δὲ ὁ ιη´, τετραπλάσιος δὲ ὁ κδ´, ἡμιόλιος δὲ ὁ θ´, ἐπίτριτος δὲ ὁ η´ · τὰ δὲ θ´ τῶν η´ ἐπόγδοα · τὰ δὲ ιβ´ πρὸς μὲν θ´ ἐπίτριτα, πρὸς δὲ η´ ἡμιόλια, [πρὸς δὲ ς´ διπλάσια] · τὰ δὲ ιη´ τῶν θ´ διπλάσια · τούτων δὲ τὰ κζ´ ἡμιόλια. καὶ γίνεται μὲν η´ ἐν τῷ διὰ τεσσάρων πρὸς ς´, τὰ δὲ θ´ ἐν τῷ διὰ πέντε, τὰ δὲ ιβ´ ἐν τῷ διὰ πασῶν, τὰ δὲ ιη´ ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ·

en proportion avec eux, comme 2 qui est compris entre 1 et 3, et 2, 3, 4, qui sont compris entre 1 et 10, car on ne peut arriver de 1 à 10 sans passer par 2, 3, 4, et cependant aucun de ces nombres n'est en proportion avec les extrêmes, car le rapport de 1 à 2 n'est pas égal à celui de 2 à 3, et de même le rapport de 1 à 2, 3, ou 4, n'est pas égal à celui de 2, 3, ou 4, à 10. Les moyens proportionnels entre deux nombres sont au contraire compris entre ces nombres : ainsi dans la proportion 1, 2, 4, dont la raison est double, le moyen proportionnel 2 est compris entre 1 et 4.

Des proportions (entre trois nombres)

XXXIII. Thrasylle compte trois proportions principales entre trois nombres : la proportion arithmétique, la proportion géométrique et la proportion harmonique : la proportion arithmétique est celle dont le terme moyen surpasse autant un terme extrême qu'il est surpassé par l'autre, telle est la proportion 1, 3, 5; la proportion géométrique est celle dont le terme moyen contient autant de fois un terme extrême qu'il est contenu dans l'autre, comme 2 fois, 3 fois, telle est la proportion 3, 6, 12; la proportion harmonique entre trois nombres est celle dans laquelle le nombre moyen surpasse un nombre extrême et est surpassé par l'autre, de la même fraction des nombres extrêmes, comme le tiers, le quart, telle est la proportion des nombres 6, 8, 12.

On peut considérer ainsi chacun des rapports : 12 est le double de 6; 18 en est le triple; 24 en est le quadruple; 9 en est les 3/2 et 8 en est les 4/3; 9 est les 9/8 de 8; 12 est les 4/3 de 9, les 3/2 de 8 [et le double de 6]; 18 est le double de 9 et 27 est les 3/2 de 18; 8/6 donne la consonance de quarte, 9/6 la consonance de quinte et 12/6 celle d'octave; 18/6 donne octave et quinte, car 12 étant le double de 6 forme la consonance d'octave et 18 étant les 3/2 de 12 est la consoτῶν μὲν γὰρ ς′ διπλάσια τὰ ιβ′ ἐστιν ἐν τῷ διὰ πασῶν, τῶν δὲ ιβ′ τὰ ιη′ ἡμιόλιά ἐστιν ἐν τῷ διὰ πέντε, ς′ ιβ′ ιη′ · τὰ δὲ κδ′ πρὸς ς′ ἐν τῷ δὶς διὰ πασῶν. τὰ δὲ θ′ τῶν η′ ἐν τόνῳ. τὰ δὲ ιβ′ τῶν θ′ διὰ τεσσάρων. τὰ δὲ ιβ′ τῶν η′ ἐν τῷ διὰ πέντε. τὰ δὲ ιη′ τῶν θ′ διὰ πασῶν. τὰ δὲ κζ′ τῶν ιη′ διὰ πέντε.

συνέστηκε δὲ τὸ διὰ πασῶν ιβ′ πρὸς ς′ ἐκ τοῦ ἡμιολίου θ′ πρὸς ς′ καὶ ἐπιτρίτου ιβ′ πρὸς θ′ καὶ πάλιν ἡμιολίου ιβ′ πρὸς η′ καὶ ἐπιτρίτου η′ πρὸς ς′, καὶ τὰ ιη′ πρὸς θ′ ἐκ τοῦ ιη′ πρὸς ιβ′ ἡμιολίου καὶ ιβ′ πρὸς θ′ ἐπιτρίτου, καὶ τὰ κδ′ πρὸς ιβ′ διὰ πασῶν συνέστηκεν ἐκ τοῦ κδ′ πρὸς ιη′ ἐπιτρίτου καὶ τοῦ ιη′ πρὸς ιβ′ ἡμιολίου · τὰ δὲ θ′ πρὸς ς′ διὰ πέντε ἐκ τοῦ θ′ πρὸς η′ ἐπογδόου καὶ τοῦ η′ πρὸς ς′ ἐπιτρίτου, καὶ τὰ ιβ′ πρὸς η′ ἡμιόλιον ἐκ τοῦ ιβ′ πρὸς θ′ ἐπιτρίτου καὶ θ′ πρὸς η′ ἐπογδόου.

λδ. τὸ δὲ λεῖμμα γίνεται ἐν λόγῳ ὃν ἔχει τὰ σνς′ πρὸς σμγ′. εὑρίσκεται δ᾽ οὕτω · δυεῖν ἐπογδόων ληφθέντων καὶ τούτων τρὶς πολλαπλασιασθέντων καὶ τῷ δὶς ἐπογδόῳ προστεθέντος ἐπιτρίτου. οἷον εἷς μὲν ἐπόγδοος λόγος ὁ τῶν θ′ πρὸς τὰ η′. ἐκ δὲ τούτων γίνονται δύο ἐπόγδοοι οὕτω · τὰ θ′ ἐφ᾽ ἑαυτὰ γίνεται πα′, εἶτα τὰ θ′ ἐπὶ τὰ η′ γίνεται οβ′, ἔπειτα τὰ η′ ἐφ᾽ ἑαυτὰ γίνεται ξδ′, καὶ ἔστι τὰ μὲν πα′ τῶν οβ′ ἐπόγδοα, τὰ δὲ οβ′ τῶν ξδ′ ἐπόγδοα. ἂν δὴ τρὶς ταῦτα λάβωμεν, τὰ μὲν πα′ τρὶς γίνεται σμγ′, τὰ δὲ οβ′ <τρὶς> γίνεται σις, τὰ δὲ ξδ′ τρὶς γίνεται ρϟβ′. τούτων ἐπίτριτα τὰ σνς′, ἅτινα πρὸς σμγ′ ἔχει τὸν τοῦ λείμματος λόγον, ὅς ἐστι πλείων ἢ ἐποκτωκαιδέκατος,

16 Titre : περὶ λείμματος ὅ ἐστιν ἐν λόγῳ τῶν σνς′ πρὸς σμγ′ (du limma qui est dans le rapport de 256 à 243). — 26 πλείων] ἐλάσσων J D. Voy. la note de la traduction.

nance de quinte : on a les nombres relatifs 6, 12, 18 *; 24/6 donne la consonance de double octave; 9/8 donne le ton et 12/9 la quarte; 12/8 donne la quinte et 18/9 l'octave. La raison 27/18 donne la quinte.

L'octave 12/6 se compose de la quinte 9/6 et de la quarte 12/9, ou encore de la quinte 12/8 et de la quarte 8/6 *. L'octave 18/9 se compose de la quinte 18/12 et de la quarte 12/9 *; la raison 24/12 de l'octave se compose de la raison 24/18 de la quarte et de la raison 18/12 de la quinte *. Enfin la raison 9/6 qui est une quinte se compose d'un ton 9/8 et d'une quarte 8/6 *; et la raison 12/8 qui est aussi une quinte se compose d'une quarte 12/9 et d'un ton 9/8 *.

XXXIV. Le limma est dans le rapport du nombre 256 au nombre 243. Voici comment on trouve ce rapport : on prend deux fois le rapport sesquioctave (on multiple les deux termes du premier par 9, les deux termes du second par 8) et on triple les résultats, puis on y joint le rapport sesquitierce. Le rapport sesquioctave étant celui de 9 à 8, on forme avec ces deux nombres deux autres rapports sesquioctaves de la manière suivante : $9 \times 9 = 81$; $9 \times 8 = 72$; et $8 \times 8 = 64$; 81 est les 9/8 de 72 et 72 est les 9/8 de 64. Si nous triplons ces nombres, nous aurons $81 \times 3 = 243$; $72 \times 3 = 216$ et $64 \times 3 = 192$. Les 4/3 de 192 sont 256. Ce nombre comparé à 243 donne le rapport de limma qui est moindre que $1 + 1/18$ *.

1 $18/6 = 12/6 \times 18/12$. — 6 $12/6 = 9/6 \times 12/9 = 12/8 \times 8/6$. — 8 $18/9 = 18/12 \times 12/9$. — 9 $24/12 = 24/18 \times 18/12$. — 11 $9/6 = 9/8 \times 8/6$. — 12 $12/8 = 12/9 \times 9/8$. — 25 Le limma est *moindre* que $1 + 1/18$. La fraction 13/243 est en effet moindre que 1/18, donc $1 + 13/243$ ou 256/243 est moindre que $1 + 1/18$.

σνς′ σμγ′ σις′ ρϟβ′

λεῖμμα ἐπόγδοος ἐπόγδοος

διὰ τεσσάρων

Περὶ τῆς τοῦ κανόνος κατατομῆς

λε. ἡ δὲ τοῦ κανόνος κατατομὴ γίνεται διὰ τῆς ἐν τῇ δεκάδι τετρακτύος, ἣ σύγκειται ἐκ μονάδος δυάδος τριάδος τετράδος, α′ β′ γ′ δ′ · ἔχει γὰρ ἐπίτριτον, ἡμιόλιον, διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον λόγον.

διαιρεῖ δὲ αὐτὸν ὁ Θράσυλλος οὕτως.

δίχα μὲν διελὼν τὸ μέγεθος μέσην ποιεῖ τὸ διὰ πασῶν ἐν τῷ διπλασίῳ λόγῳ, ἀντιπεπονθότως ἐν ταῖς κινήσεσι διπλασίαν ἔχουσαν τάσιν ἐπὶ τὸ ὀξύ. τὸ δὲ ἀντιπεπονθότως ἐστὶ τοιοῦτον · ὅσον ἂν τοῦ μεγέθους ἀφέλῃς τῆς ὅλης ἐν τῷ κανόνι χορδῆς, τοσοῦτον τῷ τόνῳ προστίθεται, καὶ ὅσον ἂν τῷ μεγέθει τῆς χορδῆς προσθῇς, τοσοῦτον τοῦ τόνου ὑφαιρεῖται. τὸ μὲν γὰρ ἥμισυ προσλαμβανομένη μέση πρὸς τὰ δύο μέρη μέγεθος διπλασίαν τάσιν ἔχει ἐπὶ τὸ ὀξύ · τὸ δὲ διπλάσιον μέγεθος ἡμίσειαν τάσιν ἔχει <ἐπὶ> τὸ βαρύ.

τρίχα δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης ἥ τε ὑπάτη τῶν μέσων καὶ ἡ νήτη διεζευγμένων γίνεται. ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη διεζευγμένων πρὸς μὲν τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε · δύο γάρ ἐστι διαστήματα πρὸς τρία · πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν · ἓν γάρ ἐστι διάστημα πρὸς τὰ δύο · πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον <ἐν τῷ> διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε . τοῦ γὰρ <προσλαμβανομένου ἐν τῷ> διὰ πασῶν ὄντος πρὸς τὴν μέσην προσείληπται τὸ μέχρι τῆς νήτης διάστημα, ὅ ἐστι διὰ πέντε πρὸς τὴν μέσην.

ἡ <δὲ> μέση πρὸς τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πασῶν. ἡ δὲ ὑπάτη πρὸς

7 διελὼν conj. Boulliau] διελοῦσι Hiller et les mss. — 13 προσλαμβανομένη] προσλαμβανομένης conj. Boulliau. — 15 <ἐπὶ> Boulliau.

256 243 216 192

limma ton ton

quarte

De la division du canon

XXXV. La division du canon se fait suivant le quaternaire de la décade qui se compose des nombres 1, 2, 3, 4 et qui embrasse les raisons sesquitierce, sesquialtère, double, triple et quadruple (c'est-à-dire 4/3, 3/2, 2, 3 et 4).

Voici comment Thrasylle divise ce canon. Prenant la moitié de la corde, il obtient la mèse consonance d'octave qui est en raison double, la tension étant double pour les sons aigus, en sens inverse des mouvements. L'inversion est telle que, quand la longueur totale de la corde est diminuée dans le canon, le ton est augmenté en proportion, et que, quand la longueur est augmentée, le ton décroît d'autant; car la demi longueur de la proslambanomène, qui est la mèse par rapport à la corde totale, a une tension double vers l'aigu, et la corde totale qui est double a une tension moitié du côté des sons graves.

La division de la corde en trois donne l'hypate des mèses et la nète des disjointes, la nète des disjointes est la quinte de la mèse, puisque les divisions sont dans le rapport de 2 à 3, et elle est à l'hypate (des mèses) dans le rapport d'octave, puisque les divisions sont comme 1 est à 2. La nète des disjointes donne avec la proslambanomène la consonance d'octave et quinte, car de la proslambanomène à la mèse il y a une octave et les intervalles étant prolongés jusqu'à la nète des disjointes, il y a une quinte de celle-ci à la mèse.

De la mèse à l'hypate (des mèses) il y a une quarte, et de la mèse à la proslambanomène il y a une octave, l'hypate des mèses donnant la quinte par rapport à la proslambanomène. On obtient la même distance d'octave en ajoutant l'intervalle τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ πέντε. γίνεται δὲ ἴσον τὸ μέγεθος τὸ ἀπὸ τῆς ὑπάτης ἕως μέσης τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὸ ἀπὸ μέσης ἕως νήτης τοῦ διὰ πέντε. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τῇ διαιρέσει τῶν μεγεθῶν.

τετραχῇ δὲ τῆς διαιρέσεως γενομένης συνίσταται ἥ τε ὑπερυπάτη καλουμένη, ἡ καὶ διάτονος ὑπατῶν, καὶ ἡ νήτη τῶν ὑπερβολαίων. ἔστι δὲ ἡ μὲν νήτη τῶν ὑπερβολαίων πρὸς μὲν τὴν νήτην τῶν διεζευγμένων ἐν τῷ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πασῶν, πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, πρὸς δὲ τὴν ὑπερυπάτην ἐν τῷ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν προσλαμβανόμενον ἐν τῷ δὶς διὰ πασῶν ἐπὶ τὸ βαρύ.

τῇ δὲ ὑπερυπάτῃ λόγος ἐστὶ πρὸς μὲν <τὸν> προσλαμβανόμενον ἐν τῷ διὰ τεσσάρων ἐπὶ τὸ βαρύ, πρὸς δὲ τὴν μέσην ἐν τῷ διὰ πέντε ἐπὶ τὸ ὀξύ, τῆς δ' ὑπάτης τόνῳ ὑπερέχει κατὰ τὸ βαρύ. καὶ ἔστιν ἴσον τὸ τονιαῖον μέγεθος τῆς ὑπερυπάτης πρὸς τὴν ὑπάτην καὶ τὸ διὰ τεσσάρων τῆς νήτης διεζευγμένων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. καὶ ὁμοίως ἀντιπεπόνθασιν οἱ ἀριθμοὶ τῶν κινήσεων τοῖς μεγέθεσι [τῆς διαιρέσεως] τῶν διαστημάτων.

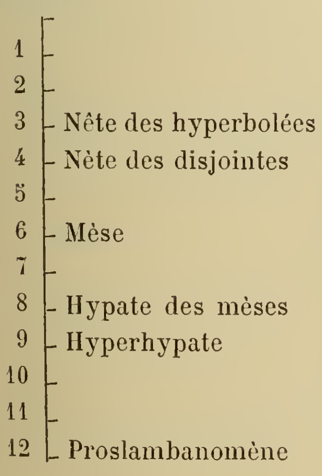
δῆλον δ' ἂν γένοιτο τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν. εἰ γὰρ τὸ τοῦ κανόνος μέγεθος ιβ´ μέτρων ὁποιωνοῦν, ἔσται μὲν μέση δίχα διαιρεθείσης ϛ´ ἑκατέρωθεν [διαιρουμένη] · ἡ δὲ ὑπάτη τῶν μέσων ἀπὸ τῆς ἀρχῆς δ´ · ἡ δὲ νήτη διεζευγμένων ἀπὸ τῆς τελευτῆς δ´ · καὶ τὸ μεταξὺ αὐτῶν δ´. ἡ δὲ ὑπερυπάτη ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τρία ἀφέξει μεγέθη, ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης ἕν · ἡ δὲ ὑπερβολαία ἀπὸ μὲν τῆς τελευτῆς γ´, ἀπὸ δὲ τῆς διεζευγμένης ἕν.

6, 10, 13, 16, 25 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Boulliau et quelques mss. — 23 Après διαιρεθείσης Hiller ajoute <τῆς ὅλης χορδῆς, καὶ ἀφέξει>.

de l'hypate (des mèses) à la mèse, qui est une quarte, à l'intervalle de la mèse à la nète des disjointes qui est une quinte. Les nombres des mouvements (c'est-à-dire des vibrations) varient en sens inverse de la division des longueurs (c'est-à-dire en sens inverse de la longueur de la partie vibrante).

En divisant la corde en quatre, on obtient [la diatone des hypates, nommée aussi hyperhypate, et la nète des hyperbolées. La nète des hyperbolées est à la nète des disjointes dans le rapport de quarte, à la mèse dans le rapport d'octave, à l'hypate (des mèses) dans le rapport d'octave et quarte, à l'hyperhypate dans le rapport d'octave et quinte et à la proslambanomène dans le rapport de double octave, en allant vers les tons graves.

L'hyperhypate est à la proslambanomène dans le rapport de quarte, en allant vers les tons graves, et à la mèse dans le rapport de quinte, en allant vers les tons aigus; elle est d'un ton au-dessous de l'hypate (des mèses), et l'intervalle de ton de l'hyperhypate à la dernière corde (la proslambanomène) est égal à l'intervalle de quarte de la nète des disjointes à la nète des hyperbolées; et ici encore le nombre des mouvements est en sens inverse de la grandeur des divisions *.



Tout cela sera rendu évident par des nombres, car si on divise la longueur du canon en douze parties convenables, la mèse sera donnée par chaque moitié de la corde totale. L'hypate des mèses sera donnée en supprimant quatre parties au commencement du canon et la nète des disjointes en prenant quatre parties à l'autre extrémité du canon, de sorte qu'il y aura quatre

23 Voy. la note XII.

μεταξὺ δὲ αὐτῶν ϛ΄, ὥστε ἀπὸ τῆς μέσης ἑκατέρα γ΄, καὶ γίνεναι ἡ ὅλη διαίρεσις ἀπὸ μὲν τῆς ἀρχῆς ἐπὶ ὑπερυπάτην γ΄, ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ ὑπάτην ἕν, ἐντεῦθεν δὲ ἐπὶ μέσην δύο, εἶτ' ἀπὸ μέσης ἐπὶ τὴν διεζευγμένην δύο, ἐντεῦθεν δὲ εἰς τὴν ὑπερβολαίαν ἕν, ἀπὸ δὲ ταύτης εἰς τὴν τελευτὴν γ΄. γίνεται πάντα ιϐ΄.

ἔσται οὖν πρὸς μὲν τὴν ὑπερβολαίαν <ὁ λόγος> τῆς μὲν νήτης διεζευγμένων δ΄ πρὸς γ΄ ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ μέσης ϛ΄ πρὸς γ΄ διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, <τῆς δὲ ὑπάτης η΄ πρὸς γ΄ διπλασιεπιδίτριτος ὁ τοῦ διὰ πασῶν> καὶ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ΄ πρὸς γ΄ τριπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς γ΄ τετραπλάσιος ὁ τοῦ δὶς διὰ πασῶν · πρὸς δὲ τὴν νήτην διεζευγμένων ὁ λόγος ἐστὶ τῆς μὲν μέσης ϛ΄ πρὸς δ΄ ἡμιόλιος ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὑπάτης η΄ πρὸς δ' διπλάσιος ὁ τοῦ διὰ πασῶν, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ΄ πρὸς δ΄ <διπλασιεπιτέταρτος> ὁ τοῦ δὶς διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς δ΄ <τριπλάσιος> ὁ τοῦ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ·

πρὸς δὲ τὴν μέσην τῆς μὲν ὑπάτης η΄ πρὸς ϛ΄ ἐπίτριτος ὁ τοῦ διὰ τεσσάρων, τῆς δὲ ὑπερυπάτης θ΄ πρὸς ϛ΄ ἡμιόλιος

2, 21 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Boulliau.

parties entre elles. L'hyperhypate sera donnée en supprimant trois parties au commencement, elle est distante, d'une division, de l'hypate (des mèses). L'hyperbolée (nète des hyperbolées) s'obtient en prenant trois parties de la corde; elle est distante, d'une division, de la disjointe (nète des disjointes).

Entre l'hyperhypate et la nète des hyperbolées, il y a six divisions, trois au-dessus de la mèse et trois au-dessous; et ainsi le partage est complet. En effet, du commencement du canon à l'hyperhypate on compte trois parties du canon, de là à l'hypate des mèses, une partie, et de celle-ci à la mèse, deux parties. De la mèse à la nète des disjointes, il y a deux parties, de là à l'hyperbolée une partie, enfin de celle-ci à la fin du canon trois parties. Toutes les divisions sont donc au nombre de douze.

La raison de la nète des disjointes à la nète des hyperbolées sera $4/3$, c'est le rapport sesquitierce qui donne la consonance de quarte. Le rapport de la mèse à la nète des hyperbolées sera $6/3 = 2$ qui est la consonance d'octave. La raison de l'hypate des mèses à la même nète sera $8/3$, consonance d'octave et quarte. La raison de l'hyperhypate à la nète sera $9/3 = 3$, consonance d'octave et quinte et le rapport de la proslambanomène à la même est $12/3 = 4$, consonance de double octave. La raison de la mèse à la nète des disjointes égale $6/4 = 3/2$, c'est le rapport sesquialtère, consonance de quinte. L'intervalle de l'hypate (des mèses) à la nète des disjointes égale $8/4 = 2$, c'est l'octave. Celui de l'hyperhypate à la même nète égale $9/4$, c'est la double quinte (quinte de la quinte). Pour la proslambanomène tout entière, le rapport est $12/4 = 3$, consonance d'octave et quinte.

Le rapport de l'hypate des mèses à la mèse est $8/6 = 4/3$, c'est la quarte. Celui de l'hyperhypate à la mèse est $9/6 = 3/2$, il donne la quinte. Celui de la proslambanomène tout entière à la mèse est $12/6 = 2$, c'est l'octave. L'hyperhypate est à ὁ τοῦ διὰ πέντε, τῆς δὲ ὅλης τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς ϛ΄ διπλάσιος ὁ τοῦ [δὶς] διὰ πασῶν · πρὸς δὲ τὴν ὑπάτην ἐστὶν ἡ μὲν ὑπερυπάτη θ΄ πρὸς η΄ ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ τῷ τοῦ τόνου, ἡ δὲ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς η΄ ἐν ἡμιολίῳ <τῷ τοῦ διὰ πέντε> · πρὸς <δὲ> τὴν ὑπερυπάτην ἡ ὅλη τοῦ προσλαμβανομένου ιβ΄ πρὸς θ΄ ἐν ἐπιτρίτῳ <τῷ> τοῦ διὰ τεσσάρων.

λϛ. ἀντιπεπόνθασι δ᾽ αἱ λοιπαὶ τῶν κινήσεων κατὰ πυκνοῦ τοῦ ἐπογδόου τόνου καὶ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων καὶ ἡμιολίου διὰ πέντε τοῦ κανόνος. ἐπεὶ τὸ ἡμιόλιον μὲν διὰ πέντε τοῦ ἐπιτρίτου διὰ τεσσάρων ἐπογδόῳ τόνῳ ὑπερέχει — οἷον ληφθέντος ἀριθμοῦ ὃς ἔχει καὶ ἥμισυ καὶ τρίτον τοῦ ϛ΄, τούτου ἐπίτριτος μὲν ὁ η΄, ἡμιόλιος δὲ ὁ θ΄ · τὰ δὲ θ΄ τῶν η΄ ἐπόγδοα · ϛ΄ η΄ θ΄ · γίνεται ἡ ὑπεροχὴ τοῦ [η΄] ἡμιολίου πρὸς τὸ ἐπίτριτον ἐν λόγῳ ἐπογδόῳ —, τὸ δ᾽ ἐπίτριτον διὰ τεσσάρων ἐκ δυεῖν ἐπογδόων καὶ τοῦ διεσιαίου λείμματος · καταπυκνωτέον αὐτὰ τοῖς ἐπογδόοις τόνοις καὶ τοῖς διεσιαίοις λείμμασι. καταπυκνωθείη δ᾽ ἂν ἀρχομένων ἡμῶν <ἀπὸ τῆς> νήτης ὑπερβολαίων. τὸ γὰρ ὄγδοον τοῦ μέχρι τῆς τελευτῆς διαστήματος ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν διάτονον τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ βαρυτέραν αὐτῆς.

τοῦ δὲ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην τῶν ὑπερβολαίων τόνῳ τῆς διατόνου βαρυτέραν. καὶ τὸ λοιπὸν εἰς τὴν νήτην τῶν διεζευγμένων ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν νήτην ὑπερβολαίων. πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς νήτης διεζευγμένων ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ μὲν ἔνατον λαβόντες καὶ ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τόνῳ ὀξυτέραν τῆς νήτης διεζευγμένων τὴν χρωματικὴν ὑπερβολαίων. τὸ δὲ ὄγδοον ὑπερ-

3 ὑπερυπάτη] παρυπάτη Bouiliau. — 5 ὑπερυπάτην] ὑπάτην Boulliau. — 8 Titre : περὶ καταπυκνώσεως (des insertions) — αἱ λοιπαὶ] οἱ ἀριθμοί Hiller, cf. p. 144, l. 4 et 19.

l'hypate des mèses comme 9 est à 8, c'est la raison d'un ton. Le rapport de la proslambanomène entière à l'hypate des mèses est $12/8 = 3/2$ (c'est la quinte). La même corde est à l'hyperhypate comme 12 est à 9, ce rapport égale 4/3, consonance de quarte.

XXXVI. Les nombres de vibrations sont soumis à la proportion inverse, puisqu'on trouve condensés dans le canon le ton dont la raison est sesquioctave (9/8), la consonance de quarte dont la raison est sesquitierce (4/3), et la consonance de quinte dont la raison est sesquialtère (3/2).

La raison 3/2 de la quinte surpasse la raison 4/3 de la quarte, d'un ton qui est égal à 9/8 : prenons par exemple le nombre 6 qui est divisible par 2 et par 3, les 4/3 de 6 valent 8, et les 3/2 de 6 valent 9, or 9 est les 9/8 de 8. On a la suite 6, 8, 9, et l'excès de l'intervalle 3/2 sur l'intervalle 4/3 est 9/8. Mais l'intervalle 4/3 de la quarte se compose de deux fois 9/8 et d'un limma, les intervalles doivent donc être remplis par des tons et des limmas. Cette insertion commence à la nète des hyperbolées; en effet si nous prolongeons celle-ci de la huitième partie de sa longueur, nous aurons la diatone des hyperbolées, qui est plus grave d'un ton.

Si nous prolongeons la diatone de la huitième partie de sa longueur, nous aurons la trite des hyperbolées, qui est plus grave d'un ton que la diatone; le reste de l'intervalle jusqu'à la nète des disjointes sera le limma, complément de la consonance de quarte par rapport à la nète des hyperbolées. Si au contraire nous diminuons d'un neuvième la longueur de la nète des disjointes, nous aurons la chromatique des hyperbolées, qui est d'un ton plus aiguë que la nète des disjointes; celle-ci augmentée d'un huitième donnera la paranète des disjointes, qu'on appelle aussi diatone et nète des conjointes et qui est plus grave d'un ton que la nète des disjointes.

βιβάσαντες ἕξομεν τὴν παρανήτην διεζευγμένων · ἡ αὐτὴ δὲ καὶ διάτονος καὶ νήτη συνημμένων, τόνῳ βαρυτέρα τῆς νήτης διεζευγμένων.

τοῦ δ᾿ ἀπὸ τῆς νήτης ἕως τῆς τελευτῆς τὸ ὄγδοον λαβόντες καὶ ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην τῶν διεζευγμένων τόνῳ βαρυτέραν · ἡ δὲ αὐτὴ καὶ διάτονος συνημμένων ἐστίν. ὁμοίως δὲ τοῦ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τρίτην συνημμένων τόνῳ βαρυτέραν. τὸ δὲ λοιπὸν εἰς τὴν μέσην ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα εἰς τὴν τοῦ διὰ πασῶν συντέλειαν. ἀπὸ δὲ τῆς μέσης τὸν αὐτὸν τρόπον <τὸ ἔνατον> ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τὴν παραμέσην ἢ τὴν χρωματικὴν συνημμένων, τόνῳ ὀξυτέραν τῆς μέσης. ταύτης δὲ τὸ ἔνατον ὑποβιβάσαντες ἕξομεν τὴν χρωματικὴν διεζευγμένων.

τὸ ὄγδοον δὲ τῆς μέσης ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν τῶν μέσων διάτονον τόνῳ βαρυτέραν τῆς μέσης, εἶτα τὸ ἀπὸ ταύτης ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες τὴν παρυπάτην <τῶν μέσων> ταύτης τόνῳ βαρυτέραν. καὶ ἔστι τὸ λοιπὸν εἰς τὴν ὑπάτην τῶν μέσων τὸ διεσιαῖον λεῖμμα πρὸς συμπλήρωσιν τοῦ διὰ τεσσάρων πρὸς τὴν μέσην. ἀπὸ δὲ τῆς ὑπάτης τὸ μὲν ἔνατον ὑποβιβάσασιν ἡ χρωματικὴ τῶν μέσων ἔσται τόνῳ ὀξυτέρα. τὸ ὄγδοον δὲ ὑπερβιβάσασιν ἔχειν τὴν ὑπερυπάτην συμβήσεται. ταύτης δὲ τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσασι παρυπάτη ὑπατῶν γενήσεται.

ἐξ ἀναστροφῆς δὲ ἀπὸ τοῦ προσλαμβανομένου τέμνουσι τὸ ὅλον διάστημα εἰς θ΄ καὶ ἓν ὑπολείπουσι κατὰ τὸ ἐναντίον <τῶν> νητῶν, ὑπατῶν ὑπάτη γενήσεται τόνῳ τῆς ὅλης ὀξυτέρα, συγκλείουσα τὸ τῶν ὑπατῶν τετράχορδον τῷ πρὸς τὴν παρυπάτην λείμματι. καὶ οὕτως συμπληρωθήσεται τὸ πᾶν ἀμετάβολον σύστημα κατὰ τὸ διάτονον καὶ χρωματικὸν γένος.

6-10 ὁμοίως δὲ... συντέλειαν] τὸ δὲ λοιπὸν εἰς τὴν παραμέσην ἔσται τὸ διεσιαῖον λεῖμμα. ὁμοίως δὲ τοῦ ἀπὸ ταύτης ἕως τῆς τελευτῆς διαστήματος τὸ ὄγδοον ὑπερβιβάσαντες ἕξομεν τὴν μέσην τόνῳ βαρυτέραν εἰς τὴν τοῦ διὰ πασῶν συντέλειαν. J D.

Que si nous prolongeons la nète des conjointes d'un huitième de sa longueur, nous aurons la trite des disjointes, plus grave d'un ton, et qui est la même que la diatone des conjointes. Et le reste de l'intervalle jusqu'à la paramèse sera le limma. Si nous prolongeons la paramèse d'un huitième, nous aurons la mèse, plus grave d'un ton, et qui complète l'octave. Si nous diminuons la mèse de la même manière (en retranchant un neuvième de sa longueur), nous aurons la paramèse ou chromatique des conjointes, plus aiguë d'un ton que la mèse ; en retranchant de celle-ci la neuvième partie, nous aurons la chromatique des disjointes.

La mèse augmentée d'un huitième donnera la diatone des mèses, plus grave d'un ton que la mèse ; la diatone des mèses, augmentée d'un huitième, donne la parhypate des mèses, plus grave d'un ton, et de là à l'hypate des mèses il reste un limma pour le complément de la consonance de quarte avec la mèse. Si de l'hypate des mèses on retranche un neuvième, on a la chromatique des mèses, plus aiguë d'un ton, et, si au contraire on l'augmente d'un huitième on a l'hyperhypate, laquelle augmentée d'un huitième donne la parhypate des hypates.

Réciproquement, si l'on divise en 9 parties la longueur de la proslambanomène, et qu'on retranche une de ces parties, à l'inverse de ce que nous avons fait pour les tons aigus, on aura l'hypate des hypates, plus aiguë d'un ton que la proslambanomène et terminant le tétracorde des hypates par le rapport de limma quelle a avec la parhypate. C'est ainsi que se complète tout le système immuable du genre diatonique et du genre chromatique.

τὸ δὲ ἐναρμόνιον ἐξαιρουμένων τῶν διατόνων καθ' ἕκαστον τετράχορδον διπλωδουμένων γίνεται.

εὕροιμεν δ' ἂν ταῦτα καὶ ἐν ἀριθμοῖς ἀπὸ τῆς νήτης τῶν ὑπερβολαίων ἀρχόμενοι, ὑποτεθείσης αὐτῆς μυρίων τξη' · οἱ ἐφεξῆς ἐπόγδοοί τε καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τοὺς προειρημένους λόγους λαμβάνονται, οὓς περίεργον ἐκτιθέναι · ῥᾴδιον δὲ τῷ παρηκολουθηκότι τοῖς προειρημένοις.

καὶ ἡ μὲν ὑπὸ Θρασύλλου παραδεδομένη κατατομὴ τοῦ κανόνος ὧδε ἔχει. ὃν δὲ τρόπον καὶ ἐπὶ τῆς τῶν ὅλων ἐφαρμόζεται σφαίρας, ἐπειδὰν καὶ τοὺς ἀστρονομίας ἐκθώμεθα λόγους, παραδείξομεν. νυνὶ δ' ἐπανέλθωμεν ἐπὶ τὸν τῶν λοιπῶν ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον, ἐπειδὴ ὡς ἔφαμεν ἡ ἀναλογία καὶ μεσότης, οὐ μέντοι ἡ μεσότης καὶ ἀναλογία. καθὸ δὴ <ἡ> ἀναλογία καὶ μεσότης ἐστίν, ἀκόλουθος ἂν εἴη ὁ περὶ τῶν ἀναλογιῶν καὶ περὶ τῶν μεσοτήτων λόγος.

Περὶ τετρακτύος καὶ δεκάδος

λζ. ἐπειδὴ πάντες οἱ τῶν συμφωνιῶν εὑρέθησαν λόγοι, καθὰ δέδεικται, ἐν τῇ τῆς δεκάδος τετρακτύι, καὶ περὶ τούτων πρότερον λεκτέον. τὴν μὲν γὰρ τετρακτὺν συνέστησεν ἡ δεκάς. ἓν γὰρ καὶ β' καὶ γ' καὶ δ' ι' · α' β' γ' δ'. ἐν δὲ τούτοις τοῖς ἀριθμοῖς ἔστιν ἥ τε διὰ τεσσάρων συμφωνία ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ καὶ ἡ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ καὶ ἡ διὰ πασῶν ἐν διπλασίῳ καὶ <ἡ> δὶς διὰ πασῶν ἐν τετραπλασίῳ · ἐξ ὧν συμπληροῦται τὸ ἀμετάβολον διάγραμμα.

2 τετράχορδον] διὰ πασῶν conj. J D. γίνεται] <καὶ δίχα διαιρουμένων τῶν ἡμιτονων> γίνεται J D. — 4 μυρίων τξη'] <μονάδων τπδ' καὶ ἡ προσλαμβανομένη> μυρίων τξη' <γενήσεται> J D. Voy. la note XIII. — 16 Περὶ τετρακτύος τῆς δεκάδος conj. J D. Voy. l. 18.

Quant au système enharmonique, il se déduit du système diatonique en supprimant les diatones que nous faisons entendre deux fois dans chaque octave et en divisant en deux les demi-tons.

Nous trouverons les résultats en nombres en commençant par la nète des hyperlolées que nous supposerons composée de 384 parties, dont on prend successivement les 9/8 et les autres fractions que nous avons indiquées. La proslambanomène en vaudra 10368 *. Il est superflu d'exposer cela en détail, parce que quiconque aura compris ce qui précède fera facilement le calcul.

Telle est la division du canon donnée par Thrasylle. Quand nous exposerons les éléments de l'astronomie nous montrerons comment tout cela s'applique au système du monde. Revenons maintenant à l'explication des autres moyennes et des nombres moyens, puisque, comme nous l'avons dit, toute moyenne est un nombre moyen, mais que tout nombre moyen n'est pas une moyenne. C'est donc en tant que la moyenne est un nombre moyen, qu'il faut entendre ce qui suit, des moyennes et des nombres moyens.

Du quaternaire et de la décade

XXXVII. Puisque, comme nous l'avons montré, tous les rapports des consonances se trouvent dans le quaternaire de la décade, c'est de ces nombres que nous avons à parler. La décade constitue en effet le quaternaire, puisque la somme des nombres 1, 2, 3, 4, est 10. Or, ces nombres contiennent la consonance de quarte dans le rapport sesquitierce (4/3), celle de quinte dans le rapport sesquialtère (3/2), celle d'octave dans la raison double, et celle de double octave dans la raison quadruple; et par là est complété le diagramme immuable.

9 Voy. la note XIII.

Πόσαι τετρακτύες

λη. τοιαύτη μὲν <ἡ> ἐν μουσικῇ τετρακτὺς κατὰ σύνθεσιν οὖσα, ἐπειδὴ ἐντὸς αὐτῆς πᾶσαι αἱ συμφωνίαι εὑρίσκονται. οὐ διὰ τοῦτο δὲ μόνον πᾶσι τοῖς Πυθαγορικοῖς προτετίμηται, ἀλλ' ἐπεὶ καὶ δοκεῖ τὴν τῶν ὅλων φύσιν συνέχειν · διὸ καὶ ὅρκος ἦν αὐτοῖς.

οὐ μὰ τὸν ἀμετέρᾳ ψυχᾷ παραδόντα τετρακτύν,
παγὰν ἀενάου φύσεως ῥίζωμά τ' ἔχουσαν.

τὸν παραδόντα Πυθαγόραν λέγουσιν, ἐπεὶ δοκεῖ τούτου εὕρημα ὁ περὶ αὐτῆς λόγος.

ἡ μὲν οὖν προειρημένη τετρακτὺς <αὕτη>, κατ' ἐπισύνθεσιν τῶν πρώτων ἀποτελουμένη ἀριθμῶν.

δευτέρα δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἡ τῶν κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἐπηυξημένων ἀπὸ μονάδος κατά τε τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. ὧν πρῶτος μὲν [κατὰ τὸ ἄρτιον] λαμβάνεται ἡ μονάς, ἐπειδὴ αὕτη ἀρχὴ πάντων ἀρτίων καὶ περιττῶν καὶ ἀρτιοπερίττων, ὡς προείρηται, καὶ ἁπλοῦς ὁ ταύτης λόγος · οἱ δ' ἐφεξῆς τρεῖς ἀριθμοὶ κατὰ τὸ ἄρτιον καὶ περιττόν. τὴν δὲ σύνθεσιν λαμβάνουσιν, ἐπειδὴ καὶ ὁ πᾶς ἀριθμὸς οὔτε μόνον ἄρτιος οὔτε μόνον περιττός. διὸ δύο λαμβάνονται αἱ κατὰ πολλαπλασιασμὸν τετρακτύες, ἀρτία καὶ περιττή, ἡ μὲν ἀρτία ἐν λόγῳ διπλασίῳ, πρῶτος γὰρ τῶν ἀρτίων ὁ β' καὶ αὐτὸς ἐκ μονάδος κατὰ τὸ διπλάσιον ηὐξημένος, ἡ δὲ περιττὴ ἐν λόγῳ ηὐξημένη τριπλασίῳ, ἐπειδὴ πρῶτος τῶν περιττῶν ὁ γ' καὶ αὐτὸς ἀπὸ μόναδος κατὰ τὸ τριπλάσιον ηὐξημένος. ὥστε κοινὴ μὲν ἀμφοτέρων ἡ μονάς, καὶ ἀρτία οὖσα καὶ περιττή · δεύτερος δὲ ἀριθμὸς ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις καὶ διπλασίοις ὁ β', ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς καὶ τριπλασίοις ὁ γ' · τρίτος δὲ ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ὁ δ', ἐν δὲ

7 οὐ] καὶ.

Combien il y a de quaternaires

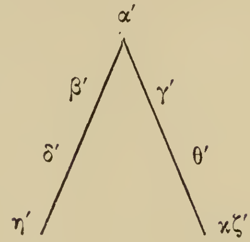
XXXVIII. L'importance du quaternaire qu'on obtient par addition (c'est-à-dire 1, 2, 3, 4) est grande en musique, parce qu'on y trouve toutes les consonances. Mais ce n'est pas seulement pour cela que tous les Pythagoriciens lui font l'honneur du premier rang : c'est aussi parce qu'il semble renfermer toute la nature de l'univers. C'est pour cette raison que la formule de leur serment était : « J'en jure par celui qui a transmis dans nos âmes le quaternaire, source de la nature éternelle » *. Celui qui a transmis, c'est Pythagore, ce qui a été dit de la tétractys paraît venir en effet de ce philosophe.

Le premier quaternaire est celui dont nous venons de parler : il est formé, par addition, des premiers nombres.

Le second est formé, par la multiplication, de nombres pairs et de nombres impairs, à partir de l'unité. De tous ces nombres, l'unité est le premier, parce que, comme nous l'avons dit, elle est le principe de tous les pairs, de tous les impairs et de tous les pairs-impairs, et que son essence est simple. Viennent ensuite trois nombres tant dans la série paire que dans la série impaire. Ils admettent la réunion du pair et de l'impair, parce que tout nombre n'est pas seulement pair où seulement impair. C'est pour cela que dans la multiplication, on prend deux quaternaires, l'un pair, l'autre impair : le pair dans la raison double, le premier des pairs étant 2 qui provient de l'unité doublée ; l'impair dans la raison triple, le premier des impairs étant 3 qui provient de l'unité triplée, en sorte que l'unité qui est paire et impaire

10 Cf. Vers dorés 47-48 de Pythagore. Macrobe, *Commentaire du songe de Scipion* I, 6. *Theologumena Arithmeticæ* § IV, p. 18 de l'éd. d'Ast. Jamblique, *Vie de Pythagore* §§ XXVIII et XXIX de l'éd. Didot. L'Empereur Julien, *Contre les chiens* (philosophes cyniques) *ignorants*, § II. Plutarque, *Des opinions des philosophes* I, III, 18. Stobée, *Eclogæ physicæ* I, X, 12, t. I, Heeren. Etc.....

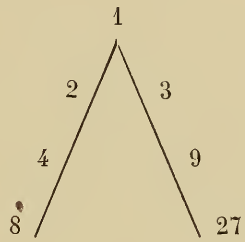
τοῖς περιττοῖς ὁ θʹ · τέταρτος ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ηʹ, ἐν δὲ τοῖς περιττοῖς κζʹ.



ἐν τούτοις τοῖς ἀριθμοις <οἱ> τελειότεροι τῶν συμφωνιῶν εὑρίσκονται λόγοι · συμπεριείληπται δὲ αὐτοῖς καὶ ὁ τόνος. δύναται δὲ ἡ μὲν μονὰς τὸν τῆς ἀρχῆς καὶ σημείου καὶ στιγμῆς λόγον · οἱ δὲ δεύτεροι πλευρὰν δύνανται ὅ τε βʹ καὶ ὁ γʹ, ὄντες ἀσύνθετοι καὶ πρῶτοι καὶ μονάδι μετρούμενοι καὶ φύσει εὐθυμετρικοί · οἱ δὲ τρίτοι ὅροι ὁ δʹ καὶ ὁ θʹ δύνανται ἐπίπεδον τετράγωνον, ἰσάκις ἴσοι ὄντες · οἱ δὲ τέταρτοι ὅροι ὅ τε ηʹ καὶ ὁ κζʹ δύνανται ἰσάκις ἴσοι ἰσάκις <ὄντες> κύβον. ὥστε ἐκ τούτων τῶν ἀριθμῶν καὶ ταύτης τῆς τετρακτύος ἀπὸ σημείου καὶ στιγμῆς εἰς στερεὸν ἡ αὔξησις γίνεται · μετὰ γὰρ σημεῖον καὶ στιγμὴν πλευρά, μετὰ πλευρὰν ἐπίπεδον, μετὰ ἐπίπεδον στερεόν. ἐν οἷς ἀριθμοῖς καὶ τὴν ψυχὴν συνίστησιν ὁ Πλάτων ἐν τῷ Τιμαίῳ. ὁ δὲ ἔσχατος τούτων τῶν ἑπτὰ ἀριθμῶν ἴσος ἐστὶ τοῖς πρὸ αὐτοῦ πᾶσιν · ἓν γὰρ καὶ βʹ καὶ γʹ καὶ δʹ καὶ ηʹ καὶ θʹ γίνονται κζʹ.

δύο μὲν οὖν αὗται τετρακτύες, ἥ τε κατ᾽ ἐπισύνθεσιν καὶ ἡ κατὰ πολλαπλασιασμόν, τούς τε μουσικοὺς καὶ γεωμετρικοὺς καὶ ἀριθμητικοὺς λόγους περιέχουσαι, ἐξ ὧν καὶ ἡ τοῦ παντὸς ἁρμονία συνέστη.

τρίτη δέ ἐστι τετρακτὺς ἡ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν παντὸς μεγέθους φύσιν περιέχουσα · ὅπερ γὰρ ἐν τῇ προτέρᾳ τετρακτύι μονάς, τοῦτο ἐν ταύτῃ στιγμή. ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ πλευtout à la fois est commune à l'un et à l'autre. Le second nombre dans les pairs et doubles est 2, dans les impairs et triples, 3. Le troisième dans l'ordre des pairs est 4, dans la série des impairs, 9. Le quatrième parmi les pairs est 8, parmi les impairs, 27 :



C'est dans ces nombres que se trouvent les raisons des consonances les plus parfaites; le ton y est même compris : Or l'unité contient la raison de principe, de terme et de point. Les seconds 2 et 3 ont la raison latérale, étant incomposés, premiers et mesurés seulement par l'unité, et par conséquent linéaires. Les troisièmes termes, 4 et 9, ont la puissance de la surface carrée, étant également égaux (c'est-à-dire des nombres carrés). Les quatrièmes termes, 8 et 27, ont la puissance du solide cubique, étant également égaux également (c'est-à-dire des nombres cubiques); en sorte qu'à l'aide des nombres de ce quaternaire, l'accroissement va du terme et du point jusqu'au solide. En effet, après le terme et le point vient le côté, puis la surface et enfin le solide. C'est avec ces nombres que Platon constitue l'âme, dans le *Timée* *. Le dernier de ces sept nombres est égal à (la somme de) tous les précédents, car on a $1 + 2 + 3 + 4 + 8 + 9 = 27$.

Il y a donc deux quaternaires de nombres, l'un qui se fait par addition, l'autre par multiplication; et ces quaternaires renferment les raisons musicales, géométriques et arithmétiques dont se compose l'harmonie de l'univers.

Le troisième quaternaire est celui qui, selon la même proportion, embrasse la nature de toutes les grandeurs : car ce que

19 Platon, le *Timée*, p. 35 B C.

ρὰν δυνάμενοι ἀριθμοὶ τὰ β′ καὶ γ′, τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος τῆς γραμμῆς ἥ τε περιφερὴς καὶ ἡ εὐθεῖα, κατὰ μὲν ἄρτιον ἡ εὐθεῖα, ἐπειδὴ δυσὶ σημείοις περατοῦται, κατὰ δὲ τὸ περιττὸν ἡ περιφερής, ἐπειδὴ ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς πέρας οὐκ ἐχούσης περιέχεται·

ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ τετράγωνον δυναμένοι ὁ δ′ καὶ ὁ θ′, τοῦτο ἐν ταύτῃ τὸ διττὸν εἶδος ἐπιπέδων, εὐθύγραμμον καὶ περιφερόγραμμον· ὅπερ δὲ ἐν ἐκείνῃ οἱ κύβον δυνάμενοι ὁ η′ καὶ ὁ κζ′ δύο ὄντες ὁ μὲν ἐκ περιττοῦ, ὁ δὲ ἐξ ἀρτίου, τοῦτο ἐν ταύτῃ στερεόν, διττὸν ὄν, <τὸ μὲν> ἐκ κοίλης ἐπιφανείας ὡς σφαῖρα καὶ κύλινδρος, τὸ δὲ ἐξ ἐπιπέδων ὡς κύβος <καὶ> πυραμίς. αὕτη δέ ἐστιν ἡ τρίτη τετρακτὺς παντὸς μεγέθους συμπληρωτικὴ ἐκ σημείου γραμμῆς ἐπιπέδου στερεοῦ.

τετάρτη δὲ τετρακτύς ἐστι τῶν ἁπλῶν <σωμάτων>, πυρὸς ἀέρος ὕδατος γῆς, ἀναλογίαν ἔχουσα τὴν κατὰ τοὺς ἀριθμούς. ὅπερ γὰρ ἐν ἐκείνῃ μονάς, ἐν ταύτῃ πῦρ· ὃ δὲ δυάς, ἀήρ· ὃ δὲ τριάς, ὕδωρ· ὃ δὲ τετράς, γῆ. τοιαύτη γὰρ ἡ φύσις τῶν στοιχείων κατὰ λεπτομέρειαν καὶ παχυμέρειαν, ὥστε τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον πῦρ πρὸς ἀέρα, ὃν ἓν πρὸς β′, πρὸς δὲ ὕδωρ, ὃν ἓν πρὸς γ′, πρὸς δὲ γῆν, ὃν ἓν πρὸς δ′· καὶ τἆλλα ἀνάλογον πρὸς ἄλληλα.

πέμπτη δ' ἐστὶ τετρακτὺς ἡ τῶν σχημάτων τῶν ἁπλῶν σωμάτων. ἡ μὲν γὰρ πυραμὶς σχῆμα πυρός, τὸ δὲ ὀκτάεδρον ἀέρος, τὸ δὲ εἰκοσάεδρον ὕδατος, κύβος δὲ γῆς.

ἕκτη δὲ τῶν φυομένων. τὸ μὲν σπέρμα ἀνάλογον μονάδι καὶ σημείῳ, ἡ δὲ εἰς μῆκος αὔξη δυάδι καὶ γραμμῇ, ἡ δὲ εἰς

14 <σωμάτων> Hiller, cf. p. 158 l. 23 et p. 160 l. 22.

fait l'unité dans le précédent quaternaire, le point le fait dans celui-ci, et ce que font dans le précédent les nombres 2 et 3 qui ont la puissance latérale (ou linéaire), la ligne, par sa double forme, droite ou circulaire, le fait dans celui-ci, la ligne droite répondant au nombre pair, parce qu'elle a deux termes, et la circulaire à l'impair, parce qu'elle est comprise dans une seule ligne sans terme.

Et ce que sont dans le précédent les nombres 4 et 9 qui ont la puissance de la surface, les deux espèces de surfaces, la surface plane et la surface courbe, le sont dans celui-ci. Enfin ce que sont dans le précédent les nombres 8 et 27 qui ont la puissance du cube, et dont l'un est pair et l'autre impair, le solide le fait dans celui-ci, étant de deux espèces, l'une à surface courbe, comme la sphère et le cylindre, l'autre à surface plane, comme le cube et la pyramide. Le troisième quaternaire est donc celui qui a la propriété de constituer toute grandeur, par le point, la ligne, la surface et le solide.

Le quatrième quaternaire est celui des corps simples, le feu, l'air, l'eau et la terre, et il offre la même proportion que le quaternaire des nombres : car ce qu'est dans celui-ci l'unité, le feu l'est dans celui-là, l'air répond au nombre 2, l'eau au nombre 3, la terre au nombre 4 ; telle est, en effet, la nature des éléments selon la ténuité ou la densité de leurs parties, en sorte que le feu est à l'air comme 1 est à 2, à l'eau comme 1 est à 3, et à la terre comme 1 est à 4. Les autres rapports sont aussi égaux (c'est-à-dire que l'air est à l'eau comme 2 est à 3, et ainsi des autres).

Le cinquième quaternaire est celui des figures des corps simples, car la pyramide est la figure du feu, l'octaèdre la figure de l'air, l'icosaèdre la figure de l'eau, le cube la figure de la terre.

Le sixième est celui des choses engendrées, la semence étant analogue à l'unité et au point ; supposons l'accroissement en longueur, c'est analogue au nombre 2 et à la ligne ; supposons encore l'accroissement en largeur, c'est analogue πλάτος τριάδι καὶ ἐπιφανείᾳ, ἡ δὲ εἰς πάχος τετράδι καὶ στερεῷ.

ἑβδόμη δὲ τετρακτὺς ἡ τῶν κοινωνιῶν. ἀρχὴ μὲν καὶ οἷον μονὰς ἄνθρωπος, δυὰς δὲ οἶκος, τριὰς δὲ κώμη, τετρὰς δὲ πόλις. τὸ γὰρ ἔθνος ἐκ τούτων σύγκειται.

καὶ αὗται μὲν ὑλικαί τε καὶ αἰσθηταὶ τετρακτύες.

ὀγδόη δὲ τετρακτὺς ἥδε, τούτων κριτικὴ καὶ νοητή τις οὖσα · νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις. νοῦς μὲν ὡς μονὰς ἐν οὐσίᾳ · ἐπιστήμη δὲ ὡς δυάς, ἐπειδή τινός ἐστιν ἐπιστήμη · <δόξα δὲ ὡς τριάς, ἐπειδὴ> καὶ μεταξύ ἐστι δόξα ἐπιστήμης [ἐστὶ] καὶ ἀγνοίας · ἡ δὲ αἴσθησις ὡς τετράς, ἐπειδὴ τετραπλῆ κοινῆς πασῶν οὔσης τῆς ἀφῆς κατ' ἐπαφὴν πᾶσαι ἐνεργοῦσιν αἱ αἰσθήσεις.

ἐνάτη δὲ τετρακτύς, ἐξ ἧς συνέστηκε τὸ ζῷον, ψυχή τε καὶ σῶμα. ψυχῆς μὲν γὰρ μέρη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικόν, καὶ τέταρτον σῶμα, ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ψυχή.

δεκάτη δὲ τετρακτὺς ὡρῶν δι' ἃς γίνεται πάντα, ἔαρ θέρος μετόπωρον χειμών.

ἑνδεκάτη δὲ ἡλικιῶν, νηπίου μειρακίου ἀνδρὸς γέροντος.

ὥστε τετρακτύες ἕνδεκα · πρώτη ἡ κατὰ σύνθεσιν ἀριθμῶν, δευτέρα, δὲ ἡ κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἀριθμῶν, τρίτη κατὰ μέγεθος, τετάρτη τῶν ἁπλῶν σωμάτων, πέμπτη τῶν σχημάτων, ἕκτη τῶν φυομένων, ἑβδόμη τῶν κοινωνιῶν, ὀγδόη κριτική, ἐνάτη τῶν μερῶν τοῦ ζῴου, δεκάτη τῶν ὡρῶν, ἑνδεκάτη ἡλικιῶν. ἔχουσι δὲ πᾶσαι ἀναλογίαν · ὃ γὰρ ἐν τῇ πρώτῃ καὶ δευτέρᾳ μονάς, τοῦτο ἐν τῇ τρίτῃ στιγμή, ἐν δὲ τῇ τετάρτῃ πῦρ, ἐν δὲ τῇ πέμπτῃ πυραμίς, ἐν δὲ τῇ ἕκτῃ σπέρμα, <καὶ>

au nombre 3 et à la surface; supposons enfin l'accroissement en épaisseur, c'est analogue au nombre 4 et au solide.

Le septième quaternaire est celui des sociétés. L'homme en est le principe et pour ainsi dire l'unité. La famille répond au nombre 2, le bourg au nombre 3, la cité au nombre 4; car c'est de ces éléments que se compose la nation.

Tous ces quaternaires sont matériels et sensibles.

Le huitième contient les facultés par lesquelles nous pouvons porter des jugements sur les précédents et qui sont en partie intellectuelles, savoir : la pensée, la science, l'opinion et le sens. Et certes, la pensée doit être assimilée à l'unité dans son essence; la science est comme le nombre 2, parce qu'elle est la science de quelque chose; l'opinion est comme le nombre 3, car elle tient le milieu entre la science et l'ignorance; enfin le sens est comme le nombre 4, car il est quadruple, le tact étant commun à tous, tous les sens agissant par le contact.

Le neuvième quaternaire est celui dont se compose l'animal, corps et âme, l'âme ayant trois parties, la raisonnable, l'irascible, la concupiscible; la quatrième partie est le corps dans lequel l'âme réside.

Le dixième quaternaire est celui des saisons de l'année par la succession desquelles toutes choses prennent naissance, savoir : le printemps, l'été, l'automne, l'hiver.

Le onzième est celui des âges : l'enfance, l'adolescence, la virilité, la vieillesse.

Il y a donc onze quaternaires. Le premier est celui des nombres qui se forment par addition, le second est celui des nombres qui se forment par multiplication; le troisième est celui des grandeurs; le quatrième, celui des corps simples; le cinquième, celui des figures; le sixième, celui des choses engendrées; le septième, celui des sociétés; le huitième, celui des facultés du jugement; le neuvième, celui des parties de l'animal; le dixième, celui des saisons et le onzième, celui des âges. Ils sont proportionnels entre eux : car ce qu'est l'unité ἐν τῇ ἑβδόμῃ ἄνθρωπος, καὶ ἐν τῇ ὀγδόῃ νοῦς, καὶ τὰ λοιπὰ ἀνάλογον ·

οἷον πρώτη μονὰς δυὰς τριὰς τετράς, δευτέρα μονὰς πλευρὰ τετράγωνον κύβος, τρίτη στιγμὴ γραμμὴ ἐπιφάνεια στερεόν, τετάρτη πῦρ ἀὴρ ὕδωρ γῆ, πέμπτη πυραμὶς ὀκτάεδρον εἰκοσάεδρον κύβος, ἕκτη σπέρμα μῆκος πλάτος βάθος, ἑβδόμη ἄνθρωπος οἶκος κώμη πόλις, ὀγδόη νοῦς ἐπιστήμη δόξα αἴσθησις, ἐνάτη λογιστικὸν θυμικὸν ἐπιθυμητικὸν σῶμα, δεκάτη ἔαρ θέρος μετόπωρον χειμών, ἑνδεκάτη παιδίον μειράκιον ἀνὴρ γέρων. ὁ δὲ [καὶ] ἐκ τῶν τετρακτύων τούτων συστὰς κόσμος ἔσται [τέλειος] ἡρμοσμένος κατὰ γεωμετρίαν καὶ ἁρμονίαν καὶ ἀριθμόν, δυνάμει περιειληφὼς πᾶσαν ἀριθμοῦ φύσιν πᾶν τε μέγεθος καὶ πᾶν σῶμα ἁπλοῦν τε καὶ σύνθετον, τέλειός τε, ἐπειδὴ τὰ πάντα μὲν τούτου μέρη, αὐτὸς δὲ οὐδενός. διὸ πρώτῳ τῷ εἰρημένῳ ὅρκῳ οἱ Πυθαγορικοὶ ἐλέγοντο.............. καὶ

ἀριθμῷ δέ τε πάντ' ἐπέοικε.

Περὶ δεκάδος

λθ. καὶ τοῦτο εἶναι τὸ σοφώτατον · πάντα μὲν γὰρ τὸν ἀριθμὸν εἰς δεκάδα ἦγαγον, ἐπειδὴ ὑπὲρ δεκάδα οὐδείς ἐστιν ἀριθμός, ἐν τῇ αὐξήσει πάλιν ἡμῶν ὑποστρεφόντων ἐπὶ μονάδα καὶ δυάδα καὶ τοὺς ἑξῆς · τὴν δὲ δεκάδα ἐπὶ τετράδα συνίστασθαι · ἓν γὰρ καὶ β′ καὶ γ′ καὶ δ′ ἐστι ι′, ὥστε τοὺς δυνατωτάτους ἀριθμοὺς ἐντὸς τῆς τετράδος θεωρεῖσθαι.

16 Voy. Plutarque, *De la création de l'âme dans le Timée*, XXXIII, 4, p. 1030 A; Sextus Empiricus, *Contre les mathématiciens*, IV, 2 et VII, 94 et 109; Jamblique, *Vie de Pythagore*, 162.

dans le premier et le second quaternaire, le point l'est dans le troisième; le feu, dans le quatrième; la pyramide, dans le cinquième; la semence, dans le sixième; l'homme, dans le septième; la pensée, dans le huitième et ainsi des autres qui suivent la même proportion.

Ainsi le premier quaternaire est 1, 2, 3, 4. Le second est l'unité, le côté, le carré, le cube. Le troisième est le point, la ligne, la surface, le solide. Le quatrième est le feu, l'air, l'eau, la terre. Le cinquième est la pyramide, l'octaèdre, l'icosaèdre, le cube. Le sixième est la semence, la longueur, la largeur, la hauteur. Le septième est l'homme, la famille, le bourg, la cité. Le huitième est la pensée, la science, l'opinion, le sens. Le neuvième est la partie raisonnable de l'âme, l'irascible, la concupiscible et le corps. Le dixième est le printemps, l'été, l'automne, l'hiver. Le onzième est l'enfant, l'adolescent, l'homme fait, le vieillard. Et le monde parfait qui résulte de ces quaternaires est arrangé géométriquement, harmoniquement et arithmétiquement, comprenant en puissance toute nature du nombre, toute grandeur et tout corps, soit simple, soit composé. Il est parfait, parce que toutes choses en sont des parties, et que lui-même n'est partie d'aucun autre. C'est pourquoi les Pythagoriciens se servaient du serment dont nous avons rapporté la formule et par lequel toutes choses sont assimilées au nombre.

De la décade

XXXIX. Les Pythagoriciens n'ont pas été moins sages en ramenant tous les nombres à la décade, puisqu'au delà de dix nous ne comptons aucun nombre : dans l'accroissement nous revenons aux nombres 1, 2, 3, et ainsi de suite. La décade se trouve d'ailleurs dans le quaternaire, puisque la somme des quatre nombres 1, 2, 3, 4 est égale à 10, d'où il suit que les nombres les plus forts, peuvent être considérés comme ayant leur raison dans le quaternaire.

<Περὶ τῶν ἐν δεκάδι ἀριθμῶν δυνάμεων>

μ. ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἀρχὴ πάντων καὶ κυριωτάτη πασῶν........ καὶ ἐξ ἧς πάντα, αὐτὴ δὲ ἐξ οὐδενός, ἀδιαίρετος καὶ δυνάμει πάντα, ἀμετάβλητος, μηδεπώποτε τῆς αὐτῆς ἐξισταμένη φύσεως κατὰ τὸν πολλαπλασιασμόν · καθ' ἣν πᾶν τὸ νοητὸν καὶ ἀγέννητον καὶ ἡ τῶν ἰδεῶν φύσις καὶ ὁ θεὸς καὶ ὁ νοῦς καὶ τὸ καλὸν καὶ τὸ ἀγαθὸν καὶ ἑκάστη τῶν νοητῶν οὐσιῶν, οἷον αὐτὸ καλόν, αὐτὸ δίκαιον, αὐτὸ [τὸ] ἴσον · ἕκαστον γὰρ τούτων ὡς ἓν καὶ καθ' ἑαυτὸ νοεῖται.

μα. πρώτη δὲ αὔξη καὶ μεταβολὴ ἐκ μονάδος εἰς δυάδα κατὰ διπλασιασμὸν τῆς μονάδος, καθ' ἣν ὕλη καὶ πᾶν τὸ αἰσθητὸν καὶ ἡ γένεσις καὶ ἡ κίνησις καὶ ἡ αὔξησις καὶ ἡ σύνθεσις καὶ κοινωνία καὶ τὸ πρός τι.

μβ. ἡ δὲ δυὰς συνηλθοῦσα τῇ μονάδι γίνεται τρίας, ἥτις πρώτη ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τελευτὴν ἔχει. διὸ καὶ πρώτη λέγεται πάντα εἶναι · ἐπὶ γὰρ ἐλιττόνων αὐτῆς σὺ λέγεται πάντα εἶναι. ἀλλὰ ἓν καὶ ἀμφότερα, ἐπὶ δὲ τῶν τριῶν πάντα. καὶ τρεῖς σπονδὰς ποιούμεθα δηλοῦντες ὅτι πάντα ἀγαθὰ αἰτούμεθα, καὶ τοὺς κατὰ πάντα ἀθλίους τρισαθλίους καλοῦμεν καὶ τοὺς κατὰ πάντα μακαρίους τρισμακαρίους.

πρώτη δὲ καὶ ἡ τοῦ ἐπιπέδου φύσις ἐκ τούτου. ἡ γὰρ τριὰς οἷον εἰκὼν ἐπιπέδου, καὶ πρώτη αὐτοῦ ὑπόστασις ἐν τριγώνῳ, καὶ διὰ τοῦτο τρία αὐτῶν γένη, ἰσόπλευρον ἰσοσκελὲς σκαληνόν [γ'] · τρεῖς δὲ καὶ γωνίαι ὁμοιούμεναι ἡ μὲν ὀρθὴ τῇ

1 Titre : περὶ μονάδος. — 10 Titre : περὶ δυάδος. — 14 Titre : περὶ τριάδος.

Propriétés des nombres contenus dans la décade

XL. L'unité est le principe de toutes choses et ce qu'il y a de plus dominant : c'est d'elle que tout émane et elle n'émane de rien. Elle est indivisible et elle est tout en puissance. Elle est immuable et ne sort jamais de sa propre nature par la multiplication ($1 \times 1 = 1$). C'est en elle que demeure tout ce qui est intelligible et ne peut être engendré : la nature des idées, Dieu lui-même, l'âme, le beau et le bon, et toute essence intelligible, telle que la beauté elle-même, la justice elle-même, l'égalité elle-même ; car nous concevons chacune de ces choses comme étant une et comme existant par elle-même.

XLI. Le premier accroissement, le premier changement de l'unité se fait par le doublement de l'unité qui devient 2, en quoi l'on voit la matière et tout ce qui est sensible, la génération et le mouvement, la multiplication et l'addition, l'union et le rapport d'une chose à une autre.

XLII. Le nombre 2 ajouté à l'unité produit 3 qui est le premier nombre ayant un commencement, un milieu et une fin. C'est pourquoi ce nombre est le premier auquel on puisse appliquer le mot *multitude* *, car des nombres moindres on ne dit pas multitude, mais un ou l'un et l'autre ; tandis que de trois, on dit multitude. Nous faisons *trois* libations pour montrer que nous demandons *tout* ce qui est bien. Nous appelons trois fois malheureux ceux qui sont au comble de l'infortune, et trois fois heureux ceux qui sont au comble du bonheur.

Le nombre ternaire représente aussi la première nature du plan, car il en est comme l'image, la première forme du plan étant le triangle. C'est pour cela qu'il y a trois genres de triangle, l'équilatéral, l'isoscèle et le scalène ; et qu'il y a

21 Cf. Plutarque, *Opinions des philosophes*, I, III, 23 : ἡ δὲ τρίας πλῆθος, le nombre trois exprime la multitude. Voy. aussi *Sur Isis et Osiris*, 36.

τοῦ ἑνὸς φύσει ὡρισμένη, καὶ ἐξ ἴσου καὶ ὁμοίου συνεστῶσα · διὸ καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ ἀλλήλαις εἰσὶν ἴσαι, μέσαι οὖσαι ὀξείας καὶ ἀμβλείας καὶ ὑπερέχοντος καὶ ὑπερεχομένου · αἱ δὲ λοιπαὶ ἄπειροι καὶ ἀόριστοι · ἐκ γὰρ ὑπεροχῆς καὶ ἐλλείψεως συνεστᾶσιν. ἡ δὲ τριὰς ἐκ τῆς μονάδος καὶ δυάδος ϛ΄ ποιεῖ κατὰ σύνθεσιν, ὅς ἐστι πρῶτος τέλειος ἀριθμὸς τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν · ὁ δὲ τέλειος οὗτος συντεθεὶς τῷ πρώτῳ τετραγώνῳ τῇ τετράδι ποιεῖ τὴν δεκάδα.

μγ. ἡ δὲ τετρὰς στερεοῦ ἐστιν εἰκὼν πρῶτός τε ἀριθμὸς [καὶ] τετράγωνός ἐστιν ἐν ἀρτίοις · καὶ αἱ συμφωνίαι δὲ πᾶσαι κατ' αὐτὸν συμπληροῦνται, ὡς ἐδείχθη.

μδ. ἡ δὲ πεντὰς μέση ἐστὶ τῆς δεκάδος. ἐὰν γὰρ καθ' ὁποιανοῦν σύνθεσιν ἐκ δύο ἀριθμῶν τὸν ι΄ συνθῇς, μέσος εὑρεθήσεται ὁ ε΄ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν · οἷον θ΄ καὶ α΄, καὶ η΄ καὶ β΄, καὶ ζ΄ καὶ γ΄, καὶ ϛ΄ καὶ δ΄ · αἰεί τε ι΄ ποιήσεις καὶ μέσος εὑρεθήσεται ὁ ε΄ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν, ὡς δηλοῖ τὸ διάγραμμα, κατὰ πᾶσαν σύνθεσιν τῶν συμπληρούντων τὰ ι΄ δυεῖν ἀριθμῶν μέσος εὑρεθήσεται ὁ ε΄ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν τῷ ἴσῳ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχων τε καὶ ὑπερεχόμενος.

α	δ	ζ
β	ε	η
γ	ϛ	θ

πρῶτος δὲ καὶ περιέλαβε τὸ τοῦ παντὸς ἀριθμοῦ εἶδος ὁ ε΄, τὸν ἄρτιόν τε καὶ περιττόν, λέγω τὴν δυάδα τε καὶ τριάδα · ἡ γὰρ μονὰς οὐκ ἦν ἀριθμός.

9 Titre : περὶ τετράδος. — 12 Titre : περὶ πεντάδος.

aussi trois espèces d'angles, le droit dont la propriété est d'être unique, bien défini et composé de l'égal et du semblable, ce qui fait que tous les angles droits sont égaux entre eux, tenant le milieu entre l'angle aigu et l'angle obtus, plus grands que l'un et plus petits que l'autre. Tous les autres angles sont en nombre infini et indéterminé, car ils sont ou plus grands ou plus petits. Le nombre 3 ajouté à l'unité et à 2 donne 6 qui est le premier nombre parfait c'est-à-dire égal à la somme de ses parties aliquotes. Ce nombre parfait, ajouté au premier nombre carré 4, donne la décade.

XLIII. Le nombre quatre est l'image du solide, et c'est le premier nombre carré parmi les nombres pairs; il complète toutes les consonances, comme nous l'avons montré *.

XLIV. Le nombre 5 est la moyenne de (deux nombres dont la somme est) la décade; car si, par l'addition de deux nombres quelconques, on obtient 10, la moyenne de ces nombres sera 5 selon la proportion arithmétique. Ainsi, par exemple, si vous additionnez 9 et 1, 8 et 2, 7 et 3, 6 et 4, la somme sera toujours 10 et la moyenne en proportion arithmétique sera 5, comme le montre le diagramme dans lequel toute addition de deux nombres (opposés) donne 10, la moyenne en proportion arithmétique étant 5 qui surpasse l'un des extrêmes et est surpassé par l'autre, de la même différence.

1	4	7
2	5	8
3	6	9

Ce nombre est aussi le premier qui embrasse les deux

13 Le nombre quatre est l'image du solide parce que le plus élémentaire des solides est la pyramide triangulaire qui a 4 faces et 4 sommets. Et il complète les consonances qui sont 4/3, 3/2, 2, 3 et 4, c'est-à-dire la quarte, la quinte, l'octave, la quinte de l'octave et la *double octave*. Cf. *supra* II, VI.

με. ὁ δὲ ϛ´ τέλειος, ἐπειδὴ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσίν ἐστιν ἴσος, ὡς δέδεικται · διὸ καὶ γάμον αὐτὸν ἐκάλουν, ἐπεὶ γάμου ἔργον ὅμοια ποιεῖ τὰ ἔκγονα τοῖς γονεῦσι. καὶ κατὰ τοῦτον δὲ πρῶτον συνέστη ἡ ἁρμονικὴ μεσότης ληφθέντος [μὲν] τοῦ ϛ´ ἐπιτρίτου <μὲν> λόγου τῶν η´, διπλασίου δὲ τῶν ιβ´ · ϛ´ η´ ιβ´ · τῷ γὰρ αὐτῷ μέρει ὁ η´ τῶν ἄκρων ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται, ϛ´ η´ ιβ´, τουτέστι τῷ τρίτῳ · καὶ ἀριθμητικὴ δὲ μεσότης ληφθέντος τοῦ ϛ´ ἡμιολίου μὲν λόγου τῶν θ´ διπλασίου δὲ τῶν ιβ´ · τῷ γὰρ αὐτῷ ἀριθμῷ τὰ θ´ ὑπερέχει τῶν ἄκρων καὶ ὑπερέχεται · ποιεῖ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν μέσος ληφθείς · ἂν γὰρ ἥμισυ αὐτοῦ λάβωμεν τὸν γ´ καὶ διπλάσιον τὸν ιβ´, ἔσται ἡμῖν ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία γ´ ϛ´ ιβ´ · τῷ γὰρ αὐτῷ λόγῳ τὰ ϛ´ τῶν ἄκρων ὑπερέχει τε καὶ ὑπερέχεται, γ´ ϛ´ ιβ´, τουτέστι τῷ διπλασίῳ.

μϛ. καὶ ἡ ἑβδομὰς δὲ τῆς δεκάδος οὖσα θαυμαστὴν ἔχει δύναμιν. μόνος γὰρ <ὁ ζ´> τῶν ἐντὸς τῆς δεκάδος οὔτε γεννᾷ ἕτερον οὔτε γεννᾶται ὑφ᾽ ἑτέρου · διὸ καὶ Ἀθηνᾶ ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ἐκαλεῖτο, οὔτε μητρός τινος οὖσα οὔτε μήτηρ. οὔτε γὰρ γίνεται ἐκ συνδυασμοῦ οὔτε συνδυάζεταί τινι. τῶν γὰρ ἀριθμῶν τῶν ἐν τῇ δεκάδι οἱ μὲν γεννῶσί τε καὶ γεννῶνται, ὡς ὁ δ´ γεννᾷ μὲν μετὰ δυάδος τὸν η´, γεννᾶται δὲ ὑπὸ δυάδος · οἱ δὲ γεννῶνται μέν, οὐ γεννῶσι δέ, ὡς ὁ ϛ´ γεννᾶται μὲν ὑπὸ β´ καὶ γ´, οὐ γεννᾷ δὲ οὐδένα τῶν ἐν τῇ δεκάδι · οἱ δὲ γεννῶσι μέν, οὐ γεννῶνται δέ, ὡς ὁ γ´ καὶ ὁ ε´ γεννῶνται μὲν ἐξ οὐδενὸς [ἀριθμοῦ] συνδυασμοῦ, γεννῶσι δὲ ὁ μὲν

1 Titre : περὶ ἑξάδος. — 3 ποιεῖ] ποιεῖν conj. Hultsch. — 10 ὑπερέχεται] ὑπερέχεται <τουτέστι τῷ γ´> conj. Hiller. — 15 Titre : περὶ ἑβδομάδος.

espèces de nombres, le pair et l'impair, savoir 2 et 3, car l'unité n'est pas un nombre.

XLV. Le nombre six est un nombre parfait parce qu'il est égal à la somme de ses parties aliquotes, comme on l'a montré. C'est pour cela qu'on l'a appelé mariage, parce que l'œuvre du mariage produit des enfants semblables à leurs parents *. La médiété harmonique se constitue d'après ce premier nombre, car, si l'on en prend les quatre tiers 8 et le double 12, on aura la proportion harmonique des nombres 6, 8, 12; 8 surpasse l'un des extrêmes 6 et est surpassé par l'autre extrême 12, de la même fraction des extrêmes, qui est un tiers des extrêmes. Il donne aussi la médiété arithmétique en prenant 9 qui en est les 3/2 et 12 qui en est le double, car 9 surpasse un des extrêmes et est surpassé par l'autre, de la même quantité 3. Enfin, il produit la proportion géométrique quand, étant placé au milieu, on met d'un côté la moitié 3 et de l'autre le double 12, ce qui donne la proportion géométrique des nombres 3, 6, 12 : car alors 6 contient un des extrêmes 3 et est contenu dans l'autre, dans le même rapport 2.

XLVI. Un autre nombre de la décade, le nombre sept, est doué d'une propriété remarquable : c'est le seul qui n'engendre aucun nombre compris dans la décade et qui n'est engendré par aucun d'eux, ce qui a porté les Pythagoriciens à lui donner le nom de Minerve, parce que cette déesse n'a point été engendrée par une mère et n'a point été mère; elle ne provient d'aucune union et n'a été unie à personne. Parmi les nombres compris dans la décade, les uns engendrent et sont engendrés, par exemple, 4 multiplié par 2 engendre 8, et il est engendré par 2. D'autres sont engendrés mais n'engendrent pas, comme 6, qui est le produit de 2 par 3, mais qui n'engendre aucun des nombres de la décade; d'autres engendrent mais ne sont point engendrés, comme 3 et

7. Voy. la note XIV.

γʹ τὸν θʹ καὶ τὸν ςʹ μετὰ δυάδος, ὁ δὲ εʹ γεννᾷ μετὰ δυάδος αὐτὸν τὸν ιʹ.

μόνος δὲ ὁ ζʹ οὔτε συνδυασθείς τινι γεννᾷ τινα τῶν ἐν τῇ δεκάδι οὔτε ἐκ συνδυασμοῦ γεννᾶται. ἑπόμενος δὲ τῇ φύσει καὶ ὁ Πλάτων ἐξ ἑπτὰ ἀριθμῶν συνίστησι τὴν ψυχὴν ἐν τῷ Τιμαίῳ..... ἡμέρα μὲν γὰρ καὶ νύξ, ὥς φησι Ποσειδώνιος, ἀρτίου καὶ περιττοῦ φύσιν ἔχουσι · μὴν δὲ καθ' ἑβδομάδας τέσσαρας συμπληροῦται, τῇ μὲν πρώτῃ ἑβδομάδι διχοτόμου τῆς σελήνης ὁρωμένης, τῇ δὲ δευτέρᾳ πλησισελήνου, τῇ δὲ τρίτῃ διχοτόμου, πάλιν δὲ τῇ τετάρτῃ σύνοδον ποιουμένης πρὸς ἥλιον καὶ ἀρχὴν ἑτέρου μηνός. αἵ τε αὐξήσεις καθ' ἑβδομάδα.

τὸ γοῦν βρέφος δοκεῖ τελειοῦσθαι ἐν ἑπτὰ ἑβδομάσιν, ὡς Ἐμπεδοκλῆς αἰνίττεται ἐν τοῖς Καθαρμοῖς. ἔνιοι δέ φασι τὰ ἄρρενα ἐν πέντε ἑβδομάσι τελειοῦσθαι, γονίμα δὲ γίνεσθαι ἐν ἑπτὰ μησί, γενόμενα δὲ ἐν ἑπτὰ μησὶν ὀδοντοφυεῖν, ἐκβάλλειν, τε τοὺς ὀδόντας ἐν ἑπτὰ ἔτεσι. σπέρμα δὲ καὶ ἥβη ἐν δευτέρᾳ ἑβδομάδι · γένεια δὲ ὡς ἐπίπαν ἐν τρίτῃ καὶ τὴν εἰς μῆκος αὔξην ἀπολαμβάνει, τὴν δ' εἰς πλάτος ἐν τετάρτῃ ἑβδομάδι.

αἵ τε κρίσεις τῶν νόσων ἐφ' ἡμέρας ἑπτά, καὶ ἡ βαρυτέρα κατὰ πάντας τοὺς περιοδικοὺς πυρετοὺς εἰς τὴν ἑβδόμην ἀπαντᾷ, καὶ ἐν τριταίῳ δὲ καὶ ἐν τεταρταίῳ. ἀπὸ τροπῶν δὲ ἐπὶ τροπὰς μῆνες ἑπτά · τό τε πλῆθος τῶν πλανωμένων ἑπτά · καὶ ἀπὸ ἰσημερίας ἐπὶ ἰσημερίαν μῆνες ἑπτά · καὶ πόροι δὲ κεφαλῆς ἑπτά, καὶ σπλάγχνα ἑπτά, γλῶσσα, καρδία, πνεύμων, 5, qui ne sont engendrés par aucune combinaison de nombres, mais qui engendrent; savoir : 3 produit 9, et, multiplié par 2, produit 6, et 5 multiplié par 2 produit 10.

Sept est le seul nombre qui, multiplié par un autre, n'engendre aucun de ceux qui sont dans la décade, et qui n'est produit par la multiplication d'aucun nombre. Platon, dans le *Timée* *, imitant la nature, constitue l'âme de 7 nombres... Le jour et la nuit, dit Posidonius, ont la nature du pair et de l'impair... Le mois se compose de quatre semaines (*quatre* fois *sept* jours); dans la première semaine, la lune paraît divisée en deux; dans la seconde, elle devient pleine; dans la troisième, elle est divisée de nouveau, et, dans la quatrième, elle revient à la rencontre du soleil pour commencer un nouveau mois et croître la semaine suivante.

C'est en sept semaines que le fœtus paraît arriver à sa perfection, comme Empédocle le dit, à mots couverts, dans ses *Expiations*. Quelques-uns pensent que le fœtus mâle met cinq semaines à se perfectionner. C'est aussi dans le septième mois que les fœtus naissent viables. C'est dans le septième mois à partir de leur naissance que les enfants font leurs dents, et c'est à l'âge de sept ans qu'ils perdent leurs premières dents; c'est dans la seconde période de sept ans que la semence et la puberté font leur apparition, et le plus souvent c'est dans la troisième période que la barbe commence à croître. C'est alors aussi que l'homme acquiert sa taille, mais ce n'est que dans la quatrième période qu'il acquiert son embonpoint.

Il faut sept jours pour le diagnostic des maladies, et dans toutes les fièvres périodiques, même dans la fièvre tierce et dans la fièvre quarte, le septième jour est le plus grave. D'une conversion tropicale du soleil à l'autre il y a sept mois, et les planètes sont au nombre de sept. Pareillement, d'un équi-

7 Le *Timée* p. 35 B.

ἧπαρ, σπλὴν, νεφροὶ δύο · Ἡρόφιλος δὲ τὸ τῶν ἀνθρώπων ἔντερον πηχῶν εἶναί φησι κη´, ὅ ἐστι τέσσαρες ἑβδομάδες · οἵ τε εὔριποι τὸ πλεῖστον ἑπτάκις τῆς ἡμέρας μεταβάλλουσιν.

μζ. ἡ δὲ ὀγδοάς, ἥτις ἐστὶ πρῶτος κύβος, συντίθεται ἔκ τε μονάδος <καὶ ἑπτάδος>. ἔνιοι δέ φασιν ὀκτὼ τοὺς πάντων κρατοῦντας εἶναι θεούς, ὡς καὶ ἐν τοῖς Ὀρφικοῖς ὅρκοις ἔστιν εὑρεῖν ·

καὶ μὴν ἀθανάτων γεννήτορας αἰὲν ἐόντων
πῦρ καὶ ὕδωρ γαῖάν τε καὶ οὐρανὸν ἠδὲ σελήνην
ἠέλιόν τε Φανῆ τε μέγαν καὶ νύκτα μέλαιναν.

ἐν δὲ Αἰγυπτιακῇ στήλῃ φησὶν Εὔανδρος εὑρίσκεσθαι γραφὴν βασιλέως Κρόνου καὶ βασιλίσσης Ῥέας · « πρεσβύτατος βασιλεὺς πάντων Ὄσιρις θεοῖς ἀθανάτοις πνεύματι καὶ οὐρανῷ καὶ γῇ καὶ νυκτὶ καὶ ἡμέρᾳ καὶ πατρὶ τῶν ὄντων καὶ ἐσομένων Ἔρωτι μνημεῖα τῆς αὐτοῦ ἀρετῆς <καὶ> βίου συντάξεως. » Τιμόθεός φησι καὶ παροιμίαν εἶναι τὴν « πάντα ὀκτὼ » διὰ τὸ τοῦ κόσμου τὰς πάσας ὀκτὼ σφαίρας περὶ γῆν κυκλεῖσθαι, καθά φησι καὶ Ἐρατοσθένης ·

ὀκτὼ δὴ τάδε πάντα σὺν ἁρμονίῃσιν ἀρήρει,
ὀκτὼ δ' ἐν σφαίρῃσι κυλίνδετο κύκλῳ ἰόντα
.... ἐνάτην περὶ γαῖαν.

μη. ὁ δὲ τῶν ἐννέα πρῶτός ἐστι τετράγωνος ἐν περιττοῖς. πρῶτοι γάρ εἰσιν ἀριθμοὶ δυὰς καὶ τριάς, ἡ μὲν ἀρτίων, ἡ δὲ περιττῶν · διὸ καὶ πρώτους τετραγώνους ποιοῦσιν, ὁ μὲν δ´, ὁ δὲ θ´.

1 Boulliau, d'après la leçon de quelques mss., supprime γλῶσσα et ajoute ἔντερον. Chalcidius et Macrobe autorisent la leçon adoptée par Hiller : « *Vitalia quoque paris numeri (septem), lingua, pulmo, cor, lien, hepar, duo renes* (Chalc. *in Timaeum*, XXXVII) »... « *Lingua, cor, pulmo, jacur, lien, renes duo* (Macr. *In somnium Scipionis*, I, IV, p. 29 de l'éd. Nisard). » Nous traduisons cependant d'après le texte de Boulliau. — 4 Titre : περὶ ὀγδοάδος. — 5 < καὶ ἑπτάδος > Boulliau. — 15 < καὶ > conj. Hiller. — 22 Titre : περὶ ἐννεάδος.

noxe à l'autre, on compte sept mois *. La tête à sept ouvertures. Il y a sept viscères, le cœur, le poumon, le foie, la rate, les deux reins et l'intestin. Hérophile dit que l'intestin de l'homme a vingt-huit coudées de long, c'est-à-dire quatre fois sept coudées. Enfin, dans la plupart des détroits, le flux et le reflux se font sentir sept fois par jour *.

XLVII. Le nombre huit qui est le premier cube se compose de l'unité et du septenaire. Quelques-uns disent qu'il y a huit dieux maîtres de l'univers et c'est aussi ce qu'on voit dans les serments d'Orphée :

Par les créateurs des choses à jamais immortelles :
le feu et l'eau, la terre et le ciel, la lune
et le soleil, le grand Phanès et la nuit noire.

Et Évandre rapporte qu'en Égypte on trouve sur une colonne une inscription du roi Saturne et de la reine Rhéa : « Le plus ancien de tous, le roi Osiris, aux dieux immortels, à l'esprit, au ciel et à la terre, à la nuit et au jour, au père de tout ce qui est et de tout ce qui sera et à l'Amour, souvenir de la magnificence de l'ordre de sa vie. » Timothée rapporte aussi le proverbe : huit est tout, parce que les sphères du monde qui tournent autour de la terre sont au nombre de huit. Et, comme dit Ératosthène :

« Ces huit sphères s'harmonisent ensemble en faisant leurs révolutions autour de la terre. »

XLVIII. Le nombre neuf est le premier carré parmi les impairs : les deux premiers nombres sont 2 et 3, l'un pair, l'autre impair, qui donnent les deux premiers carrés 4 et 9.

1 D'une conversion tropicale du soleil à l'autre, et d'un équinoxe à l'autre, il n'y a que six mois. Il faut donc comprendre ainsi la pensée de Théon : parti d'un tropique ou d'un équinoxe, la soleil atteint l'autre tropique ou l'autre équinoxe le septième mois. — 6 Voy. la note XV.

μθ. ἡ μέντοι δεκὰς πάντα περαίνει τὸν ἀριθμόν, ἐμπεριέχουσα πᾶσαν φύσιν ἐντὸς αὑτῆς, ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ κινουμένου τε καὶ ἀκινήτου ἀγαθοῦ τε καὶ κακοῦ · περὶ ἧς καὶ Ἀρχύτας ἐν τῷ περὶ τῆς δεκάδος καὶ Φιλόλαος ἐν τῷ περὶ φύσιος πολλὰ διεξιάσιν.

<Περὶ μεσοτήτων>

ν. ἐπανιτέον δὲ ἐπὶ τὸν τῶν ἀναλογιῶν καὶ μεσοτήτων λόγον. μεσότητές εἰσι πλείονες, γεωμετρικὴ ἀριθμητικὴ ἁρμονικὴ ὑπεναντία πέμπτη ἕκτη. λέγονται δὲ καὶ ἄλλαι πάλιν ἓξ ταύταις ὑπεναντίαι. τούτων δέ φησιν ὁ Ἄδραστος μίαν τὴν γεωμητρικὴν κυρίως λέγεσθαι καὶ ἀναλογίαν καὶ πρώτην · ταύτης μὲν γὰρ αἱ ἄλλαι προσδέονται, αὐτὴ δ᾽ ἐκείνων οὐχί, ὡς ὑποδείκνυσιν ἐν τοῖς ἐφεξῆς. κοινότερον δέ φησι καὶ τὰς ἄλλας μεσότητας ὑπ᾽ ἐνίων καλεῖσθαι ἀναλογίας.

τῶν δὲ κυρίως λεγομένων ἀναλογιῶν, τουτέστι τῶν γεωμετρικῶν, αἱ μέν εἰσιν ἐν ῥητοῖς ὅροις τε καὶ λόγοις, ὡς ιβʹ ϛʹ γʹ, εἰσὶ γὰρ ἐν λόγοις διπλασίοις, καὶ ὅσαι τοιαῦται αἵτινές εἰσιν ἐν ἀριθμοῖς, αἱ δὲ ἐν ἀρρήτοις τε καὶ ἀλόγοις ἤτοι μεγέθεσιν ἢ βάρεσιν ἢ χρόνοις ἤ τισιν ἄλλοις διπλασίοις ἢ τριπλασίοις ἤ τισι τοιούτοις πολλαπλασίοις ἢ ἐπιμορίοις. γεωμετρικὴ μὲν γάρ, ὡς ἔφαμεν, μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη · ἀριθμητικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, ἁρμονικὴ δὲ ἡ τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη.

XLIX. La décade complète la série des nombres, comprenant en elle-même la nature du pair et de l'impair, de ce qui est en mouvement et de ce qui est immuable, du bien et du mal. Archytas, dans son livre *Sur la décade*, et Philolaüs, dans son traité *De la nature*, se sont longuement étendus sur ce sujet.

Des médiétés

L. Revenons maintenant aux proportions et aux médiétés. Il y a plusieurs médiétés : la géométrique, l'arithmétique, l'harmonique, la souscontraire, la cinquième et la sixième, auxquelles il faut ajouter six autres qui leur sont souscontraire. Or, de toutes ces médiétés, Adraste dit que la géométrique est la seule qui soit une vraie proportion et que c'est la première, car toutes les autres en ont besoin, tandis qu'ellemême n'a aucun besoin des autres, comme il le montre ensuite. Il dit que les autres médiétés reçoivent de quelques-uns le nom plus général de proportion.

Parmi les proportions proprement dites, c'est-à-dire géométriques, les unes ont les termes et les rapports rationnels, comme la proportion 12, 6, 3, dont les termes sont en raison double, ou toute autre proportion numérique ; les autres ont des termes inexprimables et irrationnels [grandeurs, poids, temps ou autres], en raison double, triple, et en général multiple ou sesquipartielle. Dans la médiété géométrique, le moyen terme, comme nous l'avons dit, est contenu dans un extrême et contient l'autre dans le même rapport ($a : b = b : c$). Dans la médiété arithmétique, le moyen terme est surpassé par un extrême et surpasse l'autre, du même nombre ($a - b = b - c$). Enfin, dans la médiété harmonique, le moyen terme est surpassé par un extrême et surpasse l'autre de la même partie des extrêmes *.

31 Si $a - b = ma$, on a aussi $b - c = mc$, d'où $a - b : b - c = a : c$.

να. δείκνυσι δὲ ὅτι ὁ τῆς ἰσότητος λόγος ἀρχηγὸς καὶ πρῶτός ἐστι καὶ στοιχεῖον πάντων τῶν εἰρημένων λόγων καὶ τῶν κατ' αὐτοὺς ἀναλογιῶν · ἐκ πρώτου γὰρ τούτου πάντα συνίσταται καὶ εἰς τοῦτον ἀναλύεται τά τε τῶν λόγων καὶ τὰ τῶν ἀναλογιῶν.

ὁ δὲ Ἐρατοσθένης φησὶν ὅτι πᾶς μὲν λόγος ἢ κατὰ διάστημα ἢ κατὰ τοὺς ὅρους αὔξεται · τῇ δὲ ἰσότητι συμβέβηκε διαστήματος μὴ μετέχειν · εὔδηλον δὲ ὅτι κατὰ τοὺς ὅρους μόνους αὐξηθήσεται. λάβοντες δὴ τρία μεγέθη καὶ τὴν ἐν τούτοις ἀναλογίαν κινήσομεν τοὺς ὅρους. καὶ δείξομεν ὅτι πάντα τὰ ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐξ ἀναλογίας ποσῶν τινων σύγκειται καὶ ἔστιν αὐτῶν ἀρχὴ καὶ στοιχεῖον ἡ τῆς ἀναλογίας φύσις.

τὰς δὲ ἀποδείξεις ὁ μὲν Ἐρατοσθένης φησὶ παραλείψειν. ὁ δὲ Ἄδραστος γνωριμώτερον δείκνυσιν, ὅτι τριῶν ἐκτεθέντων ὅρων ἐν ᾗ δήποτε ἀναλογίᾳ, ἐὰν τρεῖς ἕτεροι ληφθῶσιν ἐκ τούτων πεπλασμένοι ὁ μὲν τῷ πρώτῳ ἴσος, ὁ δὲ σύνθετος ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δ' ἐξ ἑνὸς πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου, οἱ ληφθέντες οὕτως πάλιν ἔσονται ἀνάλογον.

καὶ ἐκ τῆς ἐν ἴσοις ὅροις ἀναλογίας γεννᾶται ἡ ἐν διπλασίοις ἀναλογία, ἐκ δὲ τῆς ἐν διπλασίοις ἡ ἐν τριπλασίοις, ἐκ δὲ ταύτης ἡ ἐν τετραπλασίοις, καὶ ἑξῆς οὕτως αἱ ἐν τοῖς ἄλλοις πολλαπλασίοις · οἷον ἐκκείσθω ἐν τρισὶν ὅροις ἴσοις ἐλαχίστοις ἀναλογία ἡ τῆς ἰσότητος, τουτέστιν ἐν μονάσι τρισίν. ἀλλὰ καὶ εἰλήφθωσαν ἄλλοι τρεῖς ὅροι τὸν εἰρημένον τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, <ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων> καὶ τρίτου · γενήσεται α' β' δ', ἅ ἐστιν ἐν λόγῳ διπλασίῳ.

1 Titre : περὶ ἰσότητος, ὅτι ἀρχὴ ἀναλογιῶν, καὶ πῶς γίνεται πολλαπλασία (de l'égalité, qu'elle est le principe des proportions, et comment elle donne la proportion multiple). — 12 ἀναλογίας] ἰσότητος conj. Hiller. — 17 δύο δευτέρων] δὶς δευτέρου conj. Boulliau.

LI. Adraste montre que la raison d'égalité est la première en ordre, et que c'est l'élément de toutes les raisons dont nous avons parlé précédemment et de toutes les proportions qu'elles donnent. Car c'est d'elle que naissent toutes les autres et c'est en elle qu'elles se résolvent toutes.

Ératosthène dit aussi que toute raison s'accroît ou par un intervalle ou par les termes : or l'égalité a cela de propre qu'elle n'est susceptible d'aucun intervalle, et il est bien évident qu'elle ne peut s'accroître que par les termes. Prenant donc trois grandeurs avec la proportion qui s'y trouve, nous en combinerons les termes et nous montrerons que toutes les mathématiques consistent dans la proportion de certaines quantités et que l'égalité en est le principe et l'élément.

Érastosthène dit qu'il omettra les démonstrations mais Adraste montre clairement que « trois termes quelconques étant donnés en proportion continue, si on en prend trois autres formés de ceux-là, l'un égal au premier, un autre composé du premier et du second, un autre enfin composé du premier, de deux fois le second et du troisième, ces nouveaux termes seront encore en proportion continue * ».

De la proportion dont les termes sont égaux, il naît ainsi une proportion en raison double, de la proportion en raison double naît la proportion en raison triple, celle-ci produit la proportion en raison quadruple et ainsi de suite, selon les autres multiples. Soit, par exemple, en trois termes égaux les plus petits possibles, c'est-à-dire en trois unités, la proportion d'égalité (1, 1, 1) ; si l'on prend trois autres termes de la manière qui a été indiquée, l'un formé du premier seul, l'autre composé du premier et du second, le dernier composé du

20 Soient en effet, a, b, c, les trois termes donnés en proportion continue : on a $b^2 = ac$. Les trois termes obtenus d'après la règle d'Adraste, sont a, $a+b$ et $a+2\,b+c$; le carré du moyen terme est $a^2 + 2\,ab + b^2$ et le produit des extrêmes est $a^2 + 2\,ab + ac$. Mais $b^2 = ac$ par hypothèse, donc le carré du moyen terme est égal au produit des extrêmes et les trois nouveaux termes sont en proportion continue.

πάλιν ἐκ τούτων συνεστάτωσαν ἕτεροι κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, ὁ μὲν ἐκ πρώτου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, ὁ δὲ ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων καὶ τρίτου · ἔσται α′ γ′ θ′, ἅ ἐστιν ἐν λόγῳ τριπλασίῳ. ἐκ δὲ τούτων ὁμοίως συστήσονται α′ δ′ ις′ ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ, καὶ ἐκ τούτων α′ ε′ κε′ ἐν λόγῳ πενταπλασίῳ, καὶ ἑξῆς οὕτως ἐπ' ἄπειρον ἐν τοῖς ἐχομένοις πολλαπλασίοις.

α	α	α
α	β	δ
α	γ	θ
α	δ	ις
α	ε	κε
α	ϛ	λϛ
α	ζ	μθ
α	η	ξδ
α	θ	πα
α	ι	ρ

ἐκ δὲ τῶν πολλαπλασίων ἀνάπαλιν τεθέντων [α′ α′ α′] καὶ ὁμοίως πλαττομένων οἱ ἐπιμόριοι λόγοι <καὶ αἱ> ἐν τούτοις συστήσονται ἀναλογίαι, ἐκ μὲν τῶν διπλασίων ἡμιόλιοι, ἐκ δὲ τῶν τριπλασίων οἱ ἐπίτριτοι, ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων ἐπιτέταρτοι, καὶ ἀεὶ ἑξῆς οὕτως. οἷον ἔστω ἀναλογία κατὰ τὸν διπλάσιον λόγον ἐν τρισὶν ὅροις, τοῦ μείζονος κειμένου πρώτου, καὶ πεπλάσθωσαν ἕτεροι τρεῖς ἐκ τούτων τὸν εἰρημένον τρόπον · δ′ β′ α′ · οἱ δὲ ἐξ αὐτῶν γενήσονται δ′ ϛ′ θ′ · γίνεται ἀνάλογον ἐν ἡμιολίοις.

πάλιν ἔστωσαν τρεῖς ὅροι ἀνάλογον ἐν τριπλασίοις θ′ γ′ α′ · συστήσονται τὸν αὐτὸν τρόπον ἐκ τούτων ὅροι τρεῖς ἀνάλογον

3 δύο δευτέρων] δὶς δευτέρου conj. Boulliau.

premier, de deux fois le second et du troisième, on aura les termes 1, 2, 4, qui sont en raison double.

Avec ceux-ci, formons-en de nouveaux par la même méthode, le premier sera égal au premier, le second sera composé du premier et du second, le troisième le sera du premier, de deux fois le second et du troisième, et les termes seront 1, 3, 9, en raison triple. Par la même méthode, on formera avec ces nombres les termes 1, 4, 16, qui sont en raison quadruple, et avec ceux-ci, les termes 1, 5, 25, en raison quintuple, et ainsi à l'infini, en suivant l'ordre des multiples.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16
1	5	25
1	6	36
1	7	49
1	8	64
1	9	81
1	10	100

Si maintenant on dispose inversement les proportions multiples et qu'on additionne les termes de la même manière, on obtiendra des proportions en raison sesquipartielle : les doubles donneront, en effet le rapport hémiole ou sesquialtère $(1 + 1/2)$, les triples donneront le rapport épitrite ou sesquitierce $(1 + 1/3)$, les quadruples le rapport sesquiquarte, $(1 + 1/4)$, et, ainsi de suite. Soit donnée, par exemple, la proportion en raison double, à trois termes, et soit le plus grand terme placé le premier 4, 2, 1 ; avec ces termes formons-en de nouveaux selon la méthode indiquée, nous en déduirons 4, 6, 9, qui est une proportion continue dont le rapport est sesquialtère.

Soient de même les trois termes en proportion triple 9, 3, 1 ; nous en déduirons de la même manière les trois termes proportionnels en raison sesquitierce 9, 12, 16. Avec les quadruples, nous obtiendrons les termes en raison sesquiquarte ἐν ἐπιτρίτοις θ′ ιβ′ ις′. ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων συστήσονται ἐν ἐπιτετάρτοις ις′ κ′ κε′, καὶ οὕτως ἀεὶ ἐκ τῶν ἐχομένων οἱ ἑξῆς ὁμώνυμοι.

δ	β	α	δ	ς	θ
θ	γ	α	θ	ιβ	ις
ις	δ	α	ις	κ	κε
κε	ε	α	κε	λ	λς
λς	ς	α	λς	μβ	μθ
μθ	ζ	α	μθ	νς	ξδ
ξδ	η	α	ξδ	οβ	πα
πα	θ	α	πα	ϟ	ρ

ἐκ δὲ τῶν ἐπιμορίων οἵ τ' ἐπιμερεῖς καὶ οἱ πολλαπλασιεπιμόριοι, πάλιν δ' ἐκ τῶν ἐπιμερῶν ἕτεροί τε ἐπιμερεῖς καὶ πολλαπλασιεπιμερεῖς · ὧν τὰ μὲν πλεῖστα παραλειπτέον οὐκ ἀναγκαῖα ὄντα, μικρὰ δὲ θεωρητέον. ἐκ μὲν γὰρ τῆς ἐν ἡμιολίοις ἀναλογίας τὸν εἰρημένον τρόπον ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου συνίσταται ἀναλογία ἐν ἐπιμερέσι λόγοις δισεπιτρίτοις · οἷον θ′ ς′ δ′ · ἐκ δὲ τούτων κατὰ τὴν εἰρημένην μέθοδον συνίσταται θ′ ιε′ κε′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ὅρου ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἀναλογία, τουτέστιν ἡ διπλασιημιόλιος. οἷον ἐκκείσθω δ′ ς′ θ′ · ἐκ τούτων κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον δ′ ι′ κε′.

ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτρίτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται ἐπιμερὴς ἀναλογία ἡ τρισεπιτέταρτος. οἷον ἐκ τῆς τῶν ις′ ιβ′ θ′ ἔσται ις′ κη′ μθ′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ὅρου ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἀναλογία <ἡ> διπλασιεπίτριτος ἐν τοῖς θ′ κα′ μθ′. ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτετάρτοις ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος ὅρου <ἀρχομένων> ἐπιμερὴς ἔσται ἀναλογία ἡ τετράκις ἐπίπεμπτος · οἷον [ὁ] ἐκ τῆς κε′ κ′ ις′ ἔσται κε′ με′ πα′. ἀπὸ δὲ τοῦ ἐλάττονος ἀρχομένων ἔσται πολλαπλασιεπιμόριος ἡ διπλασιεπιτέταρτος · <οἷον> ἀπὸ τῶν ις′ κ′ κε

16, 20, 25, et ainsi de suite ; nous aurons toujours le rapport sesquipartiel $(1 + 1/n)$ correspondant au multiple (n) *.

4	2	1	4	6	9
9	3	1	9	12	16
16	4	1	16	20	25
25	5	1	25	30	36
36	6	1	36	42	49
49	7	1	49	56	64
64	8	1	64	72	81
81	9	1	81	90	100

De même, les rapports sesquipartiels $(1 + 1/n)$ nous donnent les rapports épimères $(1 + \frac{m}{m+n})$ et les rapports multisuperpartiels $(a + 1/n)$; et de nouveau les rapports épimères $(1 + \frac{m}{m+n})$ nous donnent d'autres rapports épimères et des rapports polyépimères $(a + \frac{m}{m+n})$. Nous devons omettre la plupart de ces rapports comme peu nécessaires ; il nous faut cependant en considérer quelques-uns. Avec la proportion de raison sesquialtère $(1 + 1/2)$, en commençant par le plus grand terme, on obtient par la méthode indiquée une proportion dont la raison épimère est $1 + 2/3$; ainsi la proportion 9, 6, 4 donne par la méthode d'Adraste 9, 15, 25 ; et, en commençant par le plus petit terme on obtient la proportion dont la raison multisuperpartielle est $2 + 1/2$: on donne 4, 6, 9, on en conclut par la même méthode 4, 10, 25.

Et de la proportion dont le rapport est sesquitierce $(1 + 1/3)$, en commençant par le plus grand terme, on tirera la proportion de raison épimère $1 + 3/4$. On a, en effet, la proportion 16, 12, 9, qui donne 16, 28, 49, et en commençant par le plus petit terme, on aura la proportion de raison multisuperpartielle $2 + 1/3$ dans ces termes 9, 21, 49. Avec la proportion de raison sesquiquarte $(1 + 1/4)$, en commençant

2 Soit en général la proportion continue n^2, n, 1, dont la raison est n. La nouvelle proportion continue obtenue par la règle d'Adraste sera formée des termes n^2, $n^2 + n$, $n^2 + 2n + 1$; la raison est $1 + 1/n$.

ἔσται ἡ ἐν τοῖς ιϛʹ λϛʹ παʹ. καὶ ἡ τάξις οὕτω πρόεισιν ἐπ' ἄπειρον. καὶ ἀπὸ τούτων δὲ ἄλλοι πλάσσονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον, περὶ ὧν οὐκ ἀναγκαῖον μηκύνειν τὸν λόγον.

νβ. πᾶσαι δ' αἱ τοιαῦται ἀναλογίαι καὶ οἱ ἐν αὐταῖς λόγοι πάντες, καθάπερ συνεστᾶσιν ἐκ πρώτου τοῦ τῆς ἰσότητος λόγου, οὕτως καὶ ἀναλύονται εἰς ἔσχατον τοῦτον. ἂν γὰρ ἐξ ὁποιασοῦν ἀναλογίας ἐν τρισὶν ὅροις ἀνίσοις οὕτως ἀφελόντες ἀπὸ μὲν τοῦ μέσου τὸν ἐλάχιστον, ἀπὸ δὲ τοῦ μεγίστου τόν τε ἐλάχιστον καὶ δύο τοιούτους ὁποῖος ἐλείφθη τοῦ μέσου ἀφαιρεθέντος ἀπ' αὐτοῦ τοῦ ἐλαχίστου τοὺς γενομένους τάξωμεν ἐφεξῆς, πρῶτον μὲν αὐτὸν τὸν ἐλάττονα, ἔπειτα τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου λειφθέντα καὶ τελευταῖον τὸν ἀπολειφθέντα τοῦ ἐσχάτου, ἡ διαλυθεῖσα οὕτως ἀναλογία ἀναλυθήσεται εἰς τὴν πρὸ αὐτῆς ἐξ ἧς συνέστη. τούτου δ' ἀεὶ γινομένου ἐλεύσεται ἡ ἀνάλυσις ἐπ' ἐσχάτην τὴν τῆς ἰσότητος ἀναλογίαν, ἐξ ἧς πρώτης ἅπασαι συνέστησαν · αὐτὴ δὲ οὐκέτι εἰς ἄλλην, ἀλλὰ μόνον εἰς τὸν τῆς ἰσότητος λόγον.

Ἐρατοσθένης δὲ ἀποδείκνυσιν, ὅτι καὶ τὰ σχήματα πάντα ἔκ τινων ἀναλογιῶν συνέστηκεν ἀρχομένων τῆς συστάσεως ἀπὸ ἰσότητος καὶ ἀναλυομένων εἰς ἰσότητα · περὶ ὧν τὰ νῦν λέγειν οὐκ ἀναγκαῖον.

Περὶ σχημάτων

νγ. τὰ δὲ αὐτὰ εὑρεθήσεται καὶ ἐπὶ σχημάτων. ὧν πρῶτόν ἐστιν ἡ στιγμή, ὅ ἐστι σημεῖον ἀμέγεθες καὶ ἀδιάστατον,

4 Titre : ὅτι ἀναλύονται αἱ ἀναλογίαι εἰς ἰσότητα (que les proportions se résolvent en égalité).

par le plus grand terme, on trouvera la proportion de raison épimère $1 + 4/5$. La proportion 25, 20, 16, donne, en effet, 25, 45, 81 ; et, en commençant par le plus petit terme, on en déduira la proportion de raison multisuperpartielle $2 + 1/4$. Ainsi, des termes 16, 20, 25, on déduit 16, 36, 81 ; et on peut continuer ainsi à l'infini, en sorte qu'au moyen de ces proportions, on peut en former d'autres par la même méthode. Nous n'avons pas besoin de développer davantage ce sujet.

LII. De même que toutes ces proportions et toutes leurs raisons se composent de la première raison d'égalité, de même aussi elles se résolvent définitivement en elle. En effet, si une proportion quelconque, à trois termes inégaux, étant donnée, nous soustrayons du moyen terme le plus petit, et du plus grand le plus petit et deux fois le moyen diminué du plus petit, si ensuite nous mettons en ordre les termes ainsi obtenus, nous aurons pour premier terme le même plus petit, puis pour second l'excès du moyen sur le plus petit et enfin pour troisième ce qui est resté du plus grand, la proportion qui résultera de cette décomposition sera celle-là même qui a donné naissance à la nouvelle proportion. Quand on aura répété cette décomposition, on arrivera à la proportion d'égalité qui est la première origine de toutes les proportions et qui elle-même ne peut se résoudre en aucune autre, mais seulement dans la raison d'égalité.

Ératosthène démontre que toutes les figures résultent de quelque proportion, que pour les construire il faut partir de l'égalité et qu'elles se résolvent en égalité. Il n'est pas nécessaire de nous étendre davantage sur ce sujet.

Des Figures

LIII. Nous trouverons les mêmes résultats dans les figures dont la première est le point, qui est un signe sans étendue, sans dimension, étant le terme d'une ligne et tenant la même place que l'unité (dans les nombres). La grandeur qui n'a γραμμῆς πέρας, οἷον μονὰς θέσιν ἔχουσα. τοῦ δὲ μεγέθους τὸ μὲν ἐφ' ἓν διάστατόν τε καὶ διαίρετον γραμμή, μῆκος οὖσα ἀπλατές· τὸ δ' ἐπὶ δύο ἐπίπεδον, μῆκος ἔχον καὶ πλάτος· τὸ δ' ἐπὶ τρία στερεόν, μῆκός τε καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον. περιέχεται δὲ καὶ περαίνεται τὸ μὲν στερεὸν ὑπὸ ἐπιπέδων, τὸ δ' ἐπίπεδον ὑπὸ γραμμῶν, ἡ δὲ γραμμὴ ὑπὸ στιγμῶν.

τῶν δὲ γραμμῶν εὐθεῖα μέν ἐστιν ὀρθὴ καὶ οἷον τεταμένη, ἥτις δύο δοθέντων σημείων μεταξὺ ἐλαχίστη ἐστὶ τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν καὶ ἐξ ἴσου τοῖς ἑαυτῆς σημείοις κειμένη· καμπύλη δὲ ἡ μὴ οὕτως ἔχουσα. διαφέρει δὲ καὶ ἐπίπεδον ἐπιφανείας παραπλησίως. ἐπιφάνεια μὲν γάρ ἐστι παντὸς στερεοῦ σώματος κατὰ δύο διαστάσεις μήκους καὶ πλάτους ἐπιφαινόμενον πέρας. ἐπίπεδον δέ ἐστιν ὀρθὴ ἐπιφάνεια· ἧς ἐπειδὰν δύο σημείων ἅψηται εὐθεῖα, ὅλη αὐτῷ ἐφαρμόζεται. παράλληλοι δέ εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν, ἀλλὰ τηροῦσιν ἐν παντὶ τὴν διάστασιν.

τῶν δὲ σχημάτων ἐπίπεδα μέν εἰσι τὰ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πάσας ἔχοντα τὰς γραμμάς· καὶ εὐθύγραμμα μὲν τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, οὐκ εὐθύγραμμα δὲ τὰ μὴ οὕτως ἔχοντα. τῶν δὲ ἐπιπέδων καὶ εὐθυγράμμων σχημάτων τὰ μὲν τρισὶ περιεχόμενα πλευραῖς τρίπλευρα καλεῖται, τὰ δὲ τέτταρσι τετράπλευρα, τὰ δὲ πλείοσι πολύγωνα.

τῶν δὲ τετραπλεύρων τὰ παραλλήλους ἔχοντα τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἑκατέρας παραλληλόγραμμα καλεῖται. τούτων δὲ ὀρθογώνια μὲν τὰ τὰς γωνίας ἔχοντα ὀρθάς· ὀρθαὶ δέ εἰσι γωνίαι, ἅστινας εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας ἐφεστῶσα δύο ἴσας παρ' ἑκάτερα ἀποτελεῖ. τῶν δὲ ὀρθογωνίων παραλληλογράμμων ἕκαστον πε-

2 οὖσα] ἔχουσα conj. Hiller.

qu'une dimension et n'est divisible que d'une manière, est la ligne, qui est une longueur sans largeur; la grandeur étendue dans deux sens, est une surface, elle a longueur et largeur; la grandeur ayant trois dimensions, est le solide, qui a longueur, largeur et hauteur. Or, le solide est compris et limité entre des surfaces, la surface est limitée par des lignes et la ligne limitée par des points.

Parmi les lignes, la ligne droite est celle qui est directe et comme tendue, c'est celle qui, entre deux points donnés, est la plus courte de toutes celles qui ont les mêmes extrémités et qui est étendue également entre tous ses points. La ligne courbe est celle qui n'a pas cette propriété. La même différence se retrouve entre le plan et la surface (courbe). En effet, la surface est le terme apparent de tout corps solide, suivant deux dimensions, longueur et largeur. Or le plan est une surface droite telle que si une ligne droite la touche en deux points, elle coïncide avec elle dans toute sa longueur. Des lignes droites sont parallèles quand, prolongées à l'infini sur un même plan, elles ne se rencontrent pas et gardent toujours entre elles la même distance.

Les figures planes sont celles dont toutes les lignes sont dans un même plan. Les figures rectilignes sont celles qu'entourent des lignes droites et les figures non rectilignes n'ont pas cette propriété. Parmi les figures planes et rectilignes, celles qui sont comprises entre trois côtés sont appelées trilatérales. Celles de quatre côtés sont appelées quadrilatères; on appelle polygones celles qui sont comprises entre un plus grand nombre de lignes droites.

Parmi les quadrilatères, ceux qui ont les côtés opposés parallèles sont appelés parallélogrammes, et les parallélogrammes qui ont les angles droits sont appelés rectangles. Les angles sont droits quand une ligne droite en rencontre une autre en formant avec elle deux angles adjacents égaux. Chaque parallélogramme rectangle est dit proprement compris sous les côtés qui forment l'angle droit, et parmi ces ριέχεσθαι λέγεται ἰδίως ὑπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν. καὶ τῶν τοιούτων τὰ μὲν τὰς τέσσαρας πλευρὰς ἴσας ἔχοντα ἰδίως λέγεται τετράγωνα, τὰ δὲ μὴ τοιαῦτα ἑτερομήκη.

νδ. ὁμοίως δὲ καὶ τῶν στερεῶν τὰ μὲν ὑπὸ ἐπιπέδων παραλληλογράμμων πάντων ἓξ ὄντων περιεχόμενα παραλληλεπίπεδα καλεῖται, τὰ δὲ καὶ ὑπὸ ὀρθογωνίων τούτων ὀρθογώνια. τούτων δὲ τὰ μὲν πάντη ἰσόπλευρα, τουτέστιν ἴσον ἔχοντα τὸ μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος, ὑπὸ τετραγώνων ἴσων πάντων περιεχόμενα, κύβοι · τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον ἔχοντα, τουτέστι τὰς βάσεις τετραγώνους, τὸ δὲ ὕψος ἔλαττον, πλινθίδες · τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος μεῖζον, δοκίδες · τὰ δὲ πάντη ἀνισόπλευρα σκαληνά.

<Περὶ τῶν μεσοτήτων δυνάμεων>

ἀκριβέστερον δὲ περὶ τῶν μεσοτήτων λεκτέον, ἐπειδὴ καὶ ἀναγκαιοτάτη εἰς τὰ Πλατωνικὰ ἡ τούτων θεωρία. ἁπλῶς μὲν οὖν μεσότης ἐστίν, ἐπειδὰν δύο ὅρων ὁμογενῶν ἀνίσων μεταξύ τις ὁμογενὴς ἕτερος ὅρος ληφθῇ, ὥστε εἶναι ὡς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ πρώτου καὶ μείζονος ὅρου παρὰ τὸν ληφθέντα πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου παρὰ τὸν ἐλάττονα, οὕτως τὸν πρῶτον ὅρον ἤτοι πρὸς ἑαυτὸν ἢ πρός τινα τῶν ἄλλων ἢ ἀνάπαλιν τὸν ἐλάττονα πρός τινα τῶν ἄλλων.

νε. ἐπὶ μέρους δὲ ἀριθμητικὴ μέν ἐστι μεσότης ἡ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν ἄκρων τοῦ μὲν ὑπερέχουσα, ὑφ᾽ οὗ δὲ ὑπερεχομένη · οἷον γ′ β′ α′ · ὁ γὰρ τῶν β′ ἀριθμὸς μονάδι ὑπερέχει τοῦ ἑνὸς καὶ μονάδι ὑπερέχεται ὑπὸ τοῦ γ′. συμβέ-

3 ἑτερομήκη] προμήκη conj. J D. — 5 Titre : περὶ στερεῶν (des solides). — 24 Titre : τίς ἡ ἀριθμητικὴ μεσότης (de la médiété arithmétique).

rectangles ceux qui ont les quatre côtés égaux sont appelés proprement carrés. Ceux qui ne sont pas dans ce cas sont appelés promèques *.

LIV. Parmi les solides, les uns sont compris sous des parallélogrammes plans, au nombre de 6, et sont appelés parallélipipèdes. D'autres sont compris sous des rectangles et sont appelés parallélipipèdes rectangles. De ceux-ci, les uns sont équilatéraux dans tous les sens, c'est-à-dire que la longueur, la largeur et la hauteur sont égales et qu'ils sont compris sous des carrés égaux, ils sont appelés cubes. Ceux qui ont la longueur et la largeur égales, c'est-à-dire les bases carrées, mais dont la hauteur est moindre, sont appelés plinthes ou carreaux. Ceux dont la longueur est égale à la largeur, mais dont la hauteur est plus grande, sont appelés docides ou poutrelles. Enfin, ceux qui ont les trois dimensions inégales, sont appelés parallélipipèdes scalènes.

Propriétés des médiétés

Nous avons maintenant à parler plus en détail des médiétés dont la théorie est indispensable pour comprendre les écrits de Platon. Il y a médiété quand, entre deux termes homogènes inégaux, on prend un autre terme homogène tel que l'excès du premier, qui est en même temps le plus grand, sur ce terme moyen, soit à l'excès de celui-ci sur le plus petit, comme le premier terme est à lui-même ou à l'un des deux autres, ou bien comme le plus petit est à l'un des deux autres.

LV. En particulier, la médiété arithmétique est celle ou le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre d'un même nombre, comme dans la proportion 3, 2, 1. En effet, le nombre 2 surpasse 1 d'une unité et est aussi surpassé par 3 d'une unité. Ce moyen terme a la propriété d'être la

3 Voyez la définition des nombres promèques, I, XVII, p. 51,

βηκε δὲ ταύτῃ τῇ μεσότητι πρὸς τὴν τῶν ἄκρων σύνθεσιν ὑποδιπλασίῳ εἶναι· ἥ τε γὰρ τριὰς καὶ ἡ μονὰς συντεθεῖσαι τὴν τετράδα ἐποίησαν, ἥτις διπλασία ἐστὶ τοῦ μέσου ἀριθμοῦ τῆς δυάδος.

νϛ. γεωμετρικὴ δέ ἐστι μεσότης ἡ καὶ ἀναλογία κυρίως λεγομένη ἡ τῷ αὐτῷ λόγῳ ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, οἷον πολλαπλασίῳ ἢ ἐπιμορίῳ· οἷον α′ β′ δ′. τά τε γὰρ δ′ τῶν β′ διπλασία καὶ τὰ β′ τοῦ ἑνὸς διπλασία· καὶ πάλιν ἡ ὑπεροχὴ τῶν β′ ἐστὶ τὸ ἓν <καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν δ′ τὰ β′>, ταῦτα δὲ ὁμοίως ἐξεταζόμενά ἐστιν ἐν διπλασίῳ λόγῳ. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ ἀναλογίᾳ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων συντιθέμενον κατὰ πολλαπλασιασμὸν ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνῳ. οἷον οἱ ἄκροι ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσι τὸν δ′· ἅπαξ γὰρ δ′ δ′· καὶ πάλιν ὁ β′ ἐφ' ἑαυτὸν λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν δ′· δὶς ρὰρ β′ δ′· ὥστε <τὸ> ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον γίνεται τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου· α′ β′ δ′.

νζ. ἁρμονικὴ δέ ἐστιν ἀναλογία, ἐπειδὰν τριῶν ὅρων προτεθέντων ὃν ἔχει λόγον ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον, τὸν αὐτὸν ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴν ἔχῃ· οἷον ϛ′ γ′ β′· ἡ γὰρ ἑξὰς πρὸς τὴν δυάδα τριπλασία ἐστί· καὶ ἡ ὑπεροχὴ δὲ τῆς ἑξάδος πρὸς τὰ γ′ τριὰς οὖσα τριπλασία ἐστὶ τῆς μονάδος, ἥτις ὑπεροχή ἐστι τῆς τριάδος συγκρινομένης πρὸς τὰ β′. συμβέβηκε δὲ ταύτῃ τῇ ἀναλογίᾳ, τὸν μέσον ὅρον τῷ αὐτῷ μέρει κατὰ τοὺς ἄκρους ὑπερέχειν τε καὶ ὑπερέχεσθαι· οἷον β′ γ′ ϛ′. καὶ γὰρ ὁ τῶν ϛ′ τῷ ἡμίσει αὐτοῦ ὑπερέχει τῆς τριάδος καὶ ἡ δυὰς τῷ ἑαυτῆς ἡμίσει ὑπερέχεται ὑπὸ τῆς τριάδος. καὶ τοὺς ἄκρους δὲ συντεθέντας ἀλλήλοις καὶ ὑπὸ τοῦ μέσου πολλαπλασιασθέντας διπλασίους ἂν εὕροιμεν τοῦ ἐκ τῶν ἄκρων ἀποτελουμένου πολλαπλασίου. οἷον ϛ′ καὶ β′ η′· ταῦτα δὲ ὑπὸ τῆς τριάδος, ὅς ἐστι μέσος, πολ-

5 Titre : τίς ἡ γεωμετρικὴ μεσότης (de la médiété géométrique). — 17 Titre : τίς ἡ ἁρμονικὴ μεσότης (de la médiété harmonique). — ἀναλογία] μεσότης conj. J D. — 23 ἀναλογίᾳ] μεσότητι conj. J D.

demi-somme des extrêmes; en effet, $3 + 1 = 4$ qui est le double du terme moyen 2.

LVI. La médiété géométrique, appelée aussi proprement proportion, est celle dont le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre dans la raison, multiple ou superpartielle (du premier terme au second ou du second au troisième), comme la proportion 1, 2, 4. En effet, 4 est le double de 2, et 2 est le double de l'unité; et de même la différence $2 - 1$ est 1, et la différence $4 - 2$ est 2. Ces nombres comparés ensemble sont donc en raison double. Cette médiété jouit de la propriété, que le produit des extrêmes est égal au carré du moyen terme : ainsi, dans la proportion précédente, le produit des extrêmes est 4, car $1 \times 4 = 4$, et le carré de 2 est aussi 4, car $2 \times 2 = 4$. Donc le produit des extrêmes est égal au carré du moyen terme *.

LVII. Il y a proportion harmonique quand, étant donnés trois termes, le premier est au troisième dans le même rapport que l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième). Tels sont les nombres 6, 3, 2 : l'extrême 6 est le triple de 2, et l'excès de 6 sur 3 est 3, qui est le triple de l'unité, laquelle est l'excès de 3 sur 2. Cette proportion jouit de la propriété, que le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même partie des extrêmes. Ainsi, dans la proportion formée des nombres 2, 3, 6, l'extrême 6 surpasse 3 de la moitié de 6, et l'autre extrême 2 est surpassé par 3 de la moitié de 2. De plus, si l'on additionne les termes extrêmes et qu'on multiplie la somme par le terme moyen, on trouve un nombre double du produit des extrêmes. Ainsi, $6 + 2 = 8$, et 8 multiplié par le

15 Suivant son habitude, Théon vérifie simplement la proposition énoncée. Soient a, b, c, les trois nombres qui donnent la médiété géométrique; on a, par hypothèse, $a - b : b - c = b : c$, d'où $ac - bc = b^2 - bc$, et par conséquent $ac = b^2$.

λαπλασιασθέντα γίνεται κδ΄ · καὶ πάλιν δὶς ς΄ ιβ΄ · τούτων δὲ τὰ κδ΄ διπλάσια.

νη. ὑπεναντία δὲ τῇ ἁρμονικῇ καλεῖται μεσότης, ὅταν ὡς ὁ τρίτος ὅρος πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου · οἷον ς΄ ε΄ γ΄ · τὰ μὲν οὖν ς΄ τῶν ε΄ μονάδι ὑπερέχει, τὰ δὲ ε΄ τῶν γ΄ δυσί · τὰ δὲ γ΄ τῶν ς΄ ὑποδιπλάσιά ἐστιν · ἀλλὰ καὶ ἡ μονὰς ὑπεροχὴ οὖσα τοῦ [τε] πρώτου ἀριθμοῦ ὑποδιπλασία ἐστὶ τῆς δυάδος ὑπεροχῆς οὔσης τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ.

νθ. ἡ δὲ πέμπτη μεσότης ἐστίν, ὅταν τριῶν ὅρων ὄντων ὃν ἂν ἔχῃ λόγον ὁ τρίτος πρὸς τὸν δεύτερον, τοῦτον ἔχῃ τὸν λόγον ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου ὑπεροχήν · οἷον ε΄ δ΄ β΄ · τὰ μὲν ε΄ τῶν δ΄ μονάδι ὑπερέχει, ἀλλὰ καὶ τὰ δ΄ τῶν β΄ δυάδι · ὑποδιπλάσια δὲ τὰ β΄ τῶν δ΄ · καὶ τὸ ἓν δὲ τῶν β΄ ὑποδιπλάσιον, ἅπερ ὑπεροχαί εἰσι τοῦ τε πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ.

ξ. ἕκτη λέγεται μεσότης, ὅταν τριῶν ὅρων προτεθέντων ὡς ὁ δεύτερος πρὸς τὸν πρῶτον ἔχει, οὕτως ἡ τοῦ πρώτου ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου · οἷον ς΄ δ΄ α΄ · τὰ μὲν γὰρ ς΄ τῶν δ΄ δυσὶν ὑπερέχει, τὰ δὲ δ΄ τοῦ α΄ τρισίν · ἔστι δὲ δ΄ τῶν ς΄ ὑφημιόλια · καὶ ἡ δυὰς ὑπεροχὴ οὖσα τῶν ς΄ ὑφημιολία ἐστὶ τῆς τριάδος ἥτις ἐστὶν ὑπεροχὴ τῆς τετράδος.

περὶ μὲν τούτων καὶ τῶν ταύταις ὑπεναντίων ἓξ μεσοτήτων ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν καὶ ἐπὶ πλέον εἴρηται · ἡμῖν δ' ἐξαρκεῖ κατὰ τὸν Πυθαγορικον λόγον συνόψεως ἕνεκα τῶν μαθηματικῶν τυπωδῶς αὐτὰ ἠθροικέναι καὶ ἐπιτομικῶς.

3 Titre : τίς ἡ ὑπεναντία τῇ ἁρμονικῇ (de la médiété contraire à l'harmonique). — 10 Titre : τίς ἡ πέμπτη μεσότης (de la cinquième médiété). — 17 Titre : τίς ἡ ἕκτη μεσότης (de la sixième médiété).

moyen terme 3 donne 24 ; or $6 \times 2 = 12$ dont le double est 24 *.

LVIII. On appelle médiété sous-contraire à l'harmonique la médiété dont le troisième terme est au premier comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la médiété formée par les nombres 6, 5, 3, où 6 surpasse 5 d'une unité, et où 5 surpasse 3 de 2 unités, où enfin 3 est moitié de 6, comme l'unité, excès du premier nombre (sur le second), est moitié de 2, excès du second nombre sur le troisième.

LIX. On a la cinquième médiété, quand, étant donnés trois termes, le troisième est au second comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la proportion formée des nombres 5, 4, 2. L'extrême 5 surpasse 4 d'une unité et 4 surpasse l'autre extrême 2 de 2 unités. Or l'extrême 2 est moitié de 4, et l'unité, excès du premier terme (sur le second), est moitié de 2, excès du second (sur le troisième).

LX. On a la sixième médiété, quand, étant donnés trois termes, le second est au premier comme l'excès du premier (sur le second) est à l'excès du second (sur le troisième) : telle est la proportion formée des nombres 6, 4, 1. En effet, l'extrême 6 surpasse 4 de 2, et 4 surpasse l'autre extrême 1 de 3, et 4 est à 6 comme 1 est à $1 + 1/2$. Or 2, excès de 6 sur 4, est à 3, excès de 4 sur 1, dans le même rapport 1 à $1 + 1/2$.

Les Pythagoriciens se sont longuement étendus sur ces six médiétés et leurs sous-contraires. Pour nous, qu'il nous suffise d'avoir, selon la méthode de Pythagore, esquissé sommairement ces principes, pour résumer l'exposition des mathématiques.

2 Soit, en général, la proportion harmonique $a - b : b - c = a : c$; en égalant le produit des extrêmes au produit des moyens, on a $(a + c)\, b = 2\, ac$, ce qui démontre la proposition énoncée.

Πῶς εὑρίσκονται αἱ μεσότητες

ξα. εὑρίσκονται δὲ αἱ μεσότητες κατὰ μὲν τὴν ἀριθμητικὴν <ἀναλογίαν> οὕτως. τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα τὸ ἥμισυ προστιθέντες τῷ ἐλάττονι ἕξομεν τὸν μέσον, ἢ ἑκατέρου τῶν δοθέντων ἀριθμῶν τὰ ἡμίσεα συνθέντες τὸν συντεθέντα μέσον εὑρήκαμεν, ἢ τοῦ συνθέτου ἐξ ἀμφοῖν λαμβάνοντες τὸ ἥμισυ. προστετάχθω δύο ἀριθμῶν τῶν ιβ΄ καὶ ς΄ μέσον ὅρον λαβεῖν κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν μεσότητα. λαμβάνομεν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος ιβ΄ παρὰ τὸν ἐλάττονα ς΄ · ὧν ἥμισυ γ΄. ταῦτα προσθῶμεν τῷ ἐλάττονι · γίνεται θ΄, ὅς ἐστι μέσος τῶν ιβ΄ καὶ ς΄ ἀριθμητικῶς, τρισὶν ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος · ιβ΄ θ΄ ς΄. πάλιν συνθῶμεν τοὺς ἐξ ἀρχῆς ἄκρους τὰ ιβ΄ καὶ τὰ ς΄ · γίνεται ιη΄. ὧν ἥμισυ θ΄, ὅς ἐστι μέσος.

κατὰ δὲ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν ἐπὶ μὲν ἀριθμῶν τοῦ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχομένου πλευρὰν τετράγωνον λαβόντες ταύτῃ ἕξομεν τὸν μέσον ὅρον. οἷον δεδόσθωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε κδ΄ καὶ ὁ ς΄. προστετάχθω τούτων κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν τὸν μέσον ὅρον ἀνευρεῖν. πεπολλαπλασιάσθωσαν οἱ τεθέντες ἐπ' ἀλλήλους · γίνεται ρμδ΄ · τούτων εἰλήφθω πλευρὰ τετράγωνος · ἔσται ὁ ιβ΄, ὃς γίνεται μέσος · ἔστι γὰρ ὡς ὁ κδ΄ πρὸς ιβ΄, οὕτως τὰ ιβ΄ πρὸς ς΄ ἐν διπλασίῳ λόγῳ. ἀλλ' ἂν μὲν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενος ᾖ τετράγωνος, ὁ ληφθεὶς οὕτως μέσος ὅρος ῥητὸς γίνεται καὶ μήκει σύμμετρος τοῖς ἄκροις ἐξ ὅλων μονάδων εὑρισκόμενος. ἐὰν δὲ μὴ ᾖ τετράγωνος ὁ περιεχόμενος ὑπὸ τῶν ἄκρων, ὁ μέσος ὅρος δυνάμει μόνον ἔσται σύμμετρος τοῖς ἄκροις.

λαμβάνεται δὲ κοινότερον ἔν τε ἀριθμοῖς καὶ ῥητοῖς καὶ ἐν λόγοις καὶ μεγέθεσι καὶ συμμέτροις γεωμετρικῶς οὕτως. ἔστω-

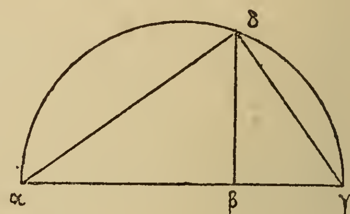
3 <ἀναλογίαν> Hiller] <μεσότητα> conj. J D. — 6 εὑρήκαμεν] εὑρήσομεν conj. Hultsch. — 29 καὶ συμμέτροις] ἀσυμμέτροις conj. J D.

Comment on trouve les moyens termes des médiétés

LXI. Voici comment on trouve les moyennes. Dans la proportion arithmétique, on ajoute au petit terme la moitié de l'excès du plus grand sur le plus petit, ou bien on additionne les moitiés de chacun des deux nombres donnés, ou enfin on prend la moitié de la somme des deux termes donnés. Soit proposé de trouver le moyen terme, en proportion arithmétique, entre les nombres 12 et 6, on prend l'excès du plus grand 12 sur le plus petit 6, la moitié est 3 qu'on ajoute au plus petit 6, et l'on obtient 9 qui est la moyenne arithmétique entre les nombres 12 et 6, puisqu'elle surpasse l'un et est surpassée par l'autre de 3 unités. De même, si on additionne les extrêmes 12 et 6, la somme est 18, dont la moitié 9 est la moyenne entre les nombres donnés.

Voici maintenant comment on obtient le moyen terme d'une proportion géométrique : on prend la racine carrée du produit des extrêmes. Soient donnés, par exemple, les deux nombres 24 et 6, dont il s'agit de trouver le moyen terme en proportion géométrique. On multiplie les nombres donnés l'un par l'autre, le produit est 144 dont la racine 12 est le moyen terme, car on a $24 : 12 = 12 : 6$, en raison double. Si le nombre compris sous les extrêmes est carré, le moyen terme trouvé est rationnel et sa longueur est commensurable avec les extrêmes, se composant d'unités entières. Mais si le nombre compris sous les extrêmes n'est pas un carré parfait, le moyen terme ne sera commensurable qu'en puissance avec les extrêmes.

Le plus souvent on le détermine géométriquement, qu'il soit exprimé en nombre rationnel ou que la raison et les grandeurs soient incommensurables. Voici comment on s'y prend : soient $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ les deux termes. Plaçons-les en ligne droite et sur la somme $\alpha\gamma$ décrivons une demi-circonférence, σαν δύο ὅροι ὧν δεῖ μέσον ἀνάλογον λαβεῖν γεωμετρικῶς · οἷον αβ βγ καὶ ἐκκείσθωσαν ἐπ' εὐθείας · καὶ περὶ ὅλην τὴν αγ γεγράφθω ἡμικύκλιον · καὶ ἀπὸ τοῦ β ἀνήχθω τῇ αγ πρὸς ὀρθὰς μέχρι τῆς περιφερείας ἡ βδ · αὕτη δὴ γίνεται μέση τῶν αβ βγ κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν. ἐπιζευχθεισῶν γὰρ τῶν αδ δγ, ὀρθὴ γίνεται ἡ δ γωνία, ἐπεί ἐστιν ἐν



ἡμικυκλίῳ · καὶ <ἐν> ὀρθογωνίῳ τῷ αδγ κάθετος ἡ δβ · καὶ τὰ περὶ ταύτην τρίγωνα τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις ὅμοιά ἐστιν · ὥστε αἱ περὶ τὰς ἴσας αὐτῶν γωνίας πλευραὶ ἀνάλογόν εἰσιν · ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν βδ, ἡ δβ πρὸς βγ · τῶν ἄρα αβ βγ μέση ἀνάλογόν ἐστιν ἡ βδ · ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

λείπεται δεῖξαι, πῶς κατὰ τὴν ἁρμονικὴν ἀναλογίαν εὕροιμεν ἂν τὸν μέσον ὅρον. ἐὰν μὲν οὖν ἐν διπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιβ' καὶ ὁ ς', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα οἷον τὰ ς' ποιήσαντες ἐπὶ τὸν ς' καὶ τὸν γενόμενον λς' παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον παρὰ τὰ ιη' καὶ τὸ πλάτος τῶν λς' οἷον τὰ β' προσθέντες τῷ ἐλάττονι, τουτέστι τῷ τῶν ς', ἕξομεν τὸ ζητούμενον. ἔσται γὰρ ὁ τῶν η' τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχων καὶ ὑπερεχόμενος, τουτέστι τῷ τῶν ἄκρων τρίτῳ · ιβ' η' ς'.

ἐὰν δ' ἐν τριπλασίῳ λόγῳ πρὸς ἀλλήλους δοθῶσιν οἱ ἄκροι, οἷον ὁ ιη' καὶ ὁ ς', τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος παρὰ τὸν ἐλάττονα ποιήσομεν ἐφ' ἑαυτήν · γίνεται ιβ' ἐπὶ ιβ', ἅ ἐστιν ρμδ' · ὧν ἥμισυ ὁ οβ', <ὃν> παραβαλόντες παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων οἷον τὰ κδ' τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς οἷον τὰ γ' προσθέντες τῷ ἐλάττονι ἕξομεν τὸν ζητούμενον ὅρον μέσον τῶν ἐξ ἀρχῆς τὸν θ', ὃς ὑπερέχων ἔσται καὶ ὑπερεχόμενος ἡμίσει τῶν ἄκρων · ιη' θ' ς'.

κοινότερον δ' ἐπὶ πάντων τῶν δοθέντων ἀνίσων δύο ὅρων τὸν μέσον ἁρμονικῶς ληπτέον οὕτω. τὴν ὑπεροχὴν ποιητέον ἐπὶ puis du point β menons à αγ la perpendiculaire βδ, jusqu'à sa rencontre avec la demi-circonférence, je dis que βδ sera la moyenne proportionnelle géométrique entre les droites αβ et βγ. En effet, si l'on joint αδ et δγ, on a en δ un angle droit, puisqu'il est inscrit dans une demi-circonférence. Dans le triangle αδγ la hauteur est δβ et les triangles qui sont de part et d'autre sont semblables au triangle total et, par conséquent, semblables entre eux, donc les côtés qui comprennent les angles égaux sont proportionnels et l'on a : αβ : βδ = βδ : βγ; donc βδ est moyenne proportionnelle entre αβ et βγ. C'est ce qu'il fallait démontrer.

Il nous reste à montrer comment on obtient le moyen terme dans la proportion harmonique. Soient donnés deux extrêmes en raison double, comme 12 et 6. On multiplie l'excès du plus grand sur le plus petit, c'est-à-dire 6, par le plus petit 6, puis on divise le produit 36 par la somme des extrêmes, c'est-à-dire par 18, et on ajoute le quotient 2 au plus petit terme 6, on obtient 8 qui sera le moyen terme cherché, car il surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même fraction des extrêmes, savoir du tiers. La proportion harmonique est donc formée des nombres 12, 8, 6.

Si les extrêmes donnés sont en raison triple, comme 18 et 6, on multiplie par lui-même l'excès du plus grand sur le plus petit, le produit 12 × 12 est 144 dont la moitié égale 72. On divise ce résultat par la somme des extrêmes ou 24, le quotient 3 de la division, ajouté au plus petit terme, donne 9 pour le moyen terme cherché, car il surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la moitié des extrêmes. On a la proportion harmonique des nombres 18, 9, 6.

Pour trouver la moyenne harmonique entre deux termes inégaux quelconques donnés, on peut aussi se servir de la τὸν ἐλάττονα καὶ τὸν γενόμενον παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων · ἔπειτα τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς προσθετέον τῷ ἐλάττονι. οἷον εἰλήφθωσαν δύο ὅροι ὁ ιβ′ καὶ ὁ δ′ · καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ιβ′, τουτέστιν η′, ληφθήτω ἐπὶ τὸν ἐλάττονα, τουτέστι τὸν δ′ · γίνεται λβ′ · καί τὰ λβ′ παραβλητέον παρὰ τὸν σύνθετον ἐκ τῶν ἄκρων τὸν ις′ · <καὶ προσθετέον τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς,> τουτέστι τὰ β′, τῷ ἐλάττονι, τουτέστι τῷ δ′ · καὶ ἔσται ς′ μεσότης ἁρμονικὴ τῶν ιβ′ καὶ δ′, τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων ὑπερέχουσα καὶ ὑπερεχομένη, τουτέστι τῷ ἡμίσει τῶν ἄκρων · ιβ′ ς′ δ′.

ταῦτα μὲν τὰ ἀναγκαιότατα χρησιμωτάτων ἐν τοῖς προειρημένοις μαθήμασιν ὡς ἐν κεφαλαιώδει παραδόσει πρὸς τὴν τῶν Πλατωνικῶν ἀνάγνωσιν. λείπεται δὲ μνημονεῦσαι στοιχειωδῶς καὶ τῶν κατ' ἀστρονομίαν.

14 Après ἀστρονομίαν le copiste d'un ms. de Venise a ajouté : δόξα τῷ ἁγίῳ θεῷ, et le copiste d'un autre ms. : τέλος σὺν θεῷ τοῦ παρόντος βιβλίου.

méthode plus générale que nous avons d'abord exposée. Il faut multiplier l'excès par le plus petit extrême et diviser le produit par la somme des extrêmes, puis ajouter le quotient au plus petit terme. Soient donnés, par exemple, les deux termes 12 et 4. En multipliant l'excès de 12 sur 4, c'est-à-dire 8, par le plus petit terme 4, on a pour produit 32. Si maintenant on divise 32 par la somme des extrêmes qui est 16, on a 2 pour quotient. Ce quotient 2, ajouté au plus petit terme 4, donne 6 pour moyenne harmonique entre 12 et 4. En effet, 6 surpasse un extrême et est surpassé par l'autre de la même fraction des extrêmes, soit de la moitié. On a donc la proportion harmonique des nombres 12, 6, 4 *.

Après cette exposition sommaire, en faveur des lecteurs de Platon, de ce qu'il y a de plus nécessaire et de plus utile dans les parties des sciences mathématiques dont nous avons parlé, il nous reste à faire mention des éléments de l'astronomie.

12 Voy. la note XVI.